ESTALMAT. CRÒNICA DE LA PRIMERA SESSIÓ: 4-10-2003.

Jordi i Marta

1. Sobre la preparació de la sessió.

Tal com s'havia acordat, la primera part es dedicaria a jocs i la segona a treballar problemes de la prova de sel·lecció. El material sobre jocs preparat per a la primera part de la sessió era excessiu (tal com havieu opinat molts de vosaltres). Vam poder treballar el primer full (jocs 1.A, 1.B, 1.C) de manera bastant completa, durant quasi 1:30h. Pel que fa a la segona part (aproximadament 1h) va donar per fer dos problemes de la prova (els dos primers) i comentar-los entre tots.

Quan vam discutir entre nosaltres cadascun dels jocs i problemes que treballariem, la Marta es va adonar que hi havia un joc de l'apartat 2 (el 2.B.) en el que passava una cosa extranya: juguis com juguis sempre guanya el primer, per tant no es tracta de trobar l'estratègia guanyadora sino de veure què passa. Això vol dir que les preguntes estan mal formulades (de fet és un d'aquests jocs que no és joc, com és el cas de l'1.D, en què l'estructura i les regles del mateix ja deterninen l'estratègia). La història sobre la inclusió d'aquest joc (l'únic que vaig posar i que no havia treballat mai) és la següent: Al preparar el material de jocs, part 2, necessitava un joc diferent dels que ja tenia (el rectangle i la margarida) d'estratègia fonamentada en la simetria; vaig mirar el Mathematical Circles, l'excel.lent llibre que ens va recomanar el Miguel de Guzmán, i vaig trobar aquest, que em va semblar bonic: al fer-lo, la resolució a través d'una estratègia simètrica pel primer jugador, em va semblar prou evident; vaig veure que la solució que donava el llibre era la mateixa que jo havia pensat i, com sol passar en aquests casos, em vaig quedar ben satisfet. Però resulta que, com va veure la Marta (no hi ha com fer els problemes com un alumne aplicat), jo m'havia equivocat i el llibre també!! Així que he estat pensant en el joc (ara de fet és un problema realment bonic) i estic escrivint una altre crònica que ja us faré arribar (de moment, si en teniu ganes podeu pensar què passa; no és massa difícil veure-ho i un xic més interessant demostrar que és així).

2. Sobre la realització de la sessió.

Les ganes de començar de tots plegats eren més que evidents. Quan vam arribar la Marta i jo, cap a ¾ de 10, la majoria dels nois i noies ja ens estaven esperant a la porta de la facultat. Després d'una volta de reconeixement dels espais ("el pati", les màquines de begudes, els lavabos, ...) vam anar a l'aula 2 per començar. Una introducció d'uns 10 minuts sobre l'estructura de la sessió (dues parts i un esbarjo entremig) i sobre el tema de la primera part (relació jocs i matemàtiques: els petits jocs d'estratègia, més o menys d'acord amb la introducció escrita en el document de la sessió) serveix per començar.

2.1. Primera part: Petits jocs d'estratègia.

Es posen per parelles, repartim papers i fitxes i es posen a jugar al primer joc (1.A). Cap problema per entendre'l, entrar en la dinàmica experimentadora del joc i encara menys per passar del "guanyar a l'adversari" a discutir sobre com s'ha de fer. El joc concret no presenta gaire dificultats. A diferència del que he comprovat les moltes vegades que he vist practicar aquest joc (veure, per exemple, la tesi doctoral del Fernando Corbalán), molt aviat veieren que podia ser que el joc estigués determinat des de la primera jugada (aquí no hi ha atzar) i ningú es precipità trobant estratègies "naifs" (i errònies) del tipus "parell-senar" o coses semblants, que quasi sempre apareixen en altres grups.

Per tant, aquell pas tan difícil, una vegada s'ha vist que per guanyar cal deixar tres fitxes a l'adversari, que consisteix en reformular l'objectiu per guanyar i fer-se la pregunta: què haig de fer per deixar-ne tres?, després de la qual, l'estratègia "anar endarrere" ja funciona, es va donar amb força rapidesa en quasi totes les parelles (en un parell de casos vam ajudar-los). Vaig observar que una parella *visualitzava* aquesta idea posant les fitxes en grups de tres i deixant les dues corresponents al residu al principi. Per veure que ja tenien l'estratègia jugaven contra nosaltres i era bonic veure com acceptaven que si jugaven demostrant conèixer l'estratègia ("començo jo i n'agafo dues") ja no calia acabar la partida: el joc estava resolt. Van jugar amb altres quantitats inicials (16 i 18) i també van trobar l'estratègia. En aquest moment, vam passar al joc següent (deixant de moment la reflexió global i la generalització, que es planteja en el joc 1.C).

El segon joc va començar tant bé com el primer: si perd el que arriba a 100, vol dir que guanya el que escriu el 99 (ràpids i contundents). Trobar que ara calia fer grups d'11 va costar una mica (encara no havien generalitzat el joc anterior i no veien que eren iguals, en aquell traient fitxes per arribar a zero i en aquest sumant nombres per arribar a 99). En canvi, vist això, anar enrera no va costar gens (els nombres, 99, 88, 77, ... , tots capicues, ajuden); tampoc va costar gaire veure que ara guanyava el segon jugador (el primer nombre és 11, que coincideix amb les agrupacions que cal fer, és a dir, 99 és múltiple d'11 i per tant equival al joc anterior amb 12 o amb 18 fitxes). Tampoc va costar massa jugar afegint nombres de l'1 al 20 (ara el nombre clau és 21); en aquest moment van repescar la idea de la divisió del joc anterior (99 entre 21 dóna 15 de residu) i per tant ara guanya el primer si comença amb 15 i passa pels nombres 36, 57, 78 i 99 (alguns encara no havien captat la idea del residu i van trobar aquests nombres tirant enrera).

A continuació van pensar el tercer joc (1.C) que és la generalització dels anteriors. Fou en aquests moment on aparegueren diferències importants entre l'alumnat: d'entrada les dificultats es centren en la notació (m fitxes, treure'n d'una a n); curiosament va costar entendre la frase: m més gran que n, ja que molts tractaven de veure què passava si m era molt proper a n i es feien un embolic. Certament aquesta generalització és forta (a pesar de tot, alguns l'expressaven prou bé) i vam decidir treballar-la tots junts en la posada en comú. Després que, de manera individual, redactessin un petit informe sobre les estratègies trobades, vam passar a dicutir el cas general: Poc a poc es van habituar a parlar de les quantitats utilitzant lletres (n i m) i la discussió va ser especialment interessant: verbalitzaren (i nosaltres escriviem a la pissarra) que si podem treure d'una a n fitxes el nombre clau és n + 1 i llavors cal mirar la relació entre m i n + 1, de manera que si m és múltiple de n + 1, existeix una estratègia pel segon jugador, mentre que si no ho és guanya el primer agafant la quantitat indicada pel residu de la divisió, m : (n + 1). Per tancar vam plantejar uns quants casos concrets i ràpidament deien qui guanyava i com. Amb això finalitzà la primera part de la sessió.

En resum, en aquesta primera part van practicar i jugar, van descobrir estratègies, van discutir entre ells (per parelles, però també, de manera informal en grups de quatre –dues parelles de joc-), van escriure un petit informe sobre les estratègies descobertes i al final vam fer una posada en comú entre tots, on es va fer especial referència a la generalització del joc (1.C.).

2.2. Segona part: Problemes de la prova.

D'entrada cal dir que la idea de reprendre els problemes de la prova no el va agradar massa (a alguns gens) i per això hem decidit que a la segona sessió no seguirem amb el tema. No sabem massa perquè, potser estaven una mica cansats, però el fet és que, a diferència de la primera part, van posar-s'hi amb menys ganes; tanmateix, com que son bona gent, aplicats i treballadors i els agraden les mates, el fet és que van pensar els dos primers una estoneta i després vam tenir una discusió que va acabar sent molt (i molt!!) interessant.

Pel que fa al primer problema (sitaur els nombres de l'1 a n en cercle,.....) ens va interessar centrar-nos en la generalització: escriure el cercle de nombres començant per n, i situant alternativament n -1, n - 2, n - 3, n - 4, ... fins a tancar el cercle amb l'1 i després veure què passava si feiem qualsevol alteració. Va ser bonic veure com, tot i les dificultats d'un nombre significatiu d'alumnes, això els va "enganxar" molt (al revés del que sol passar). Preguntes com: què vol dir n · (n - 1)? Què passa si intercanvio les posicions de n - 1 i n - 3? (amb aquesta resposta d'una noia: perdo dos vegades n i guanyo dos vegades n - 5 per tant perdo 10!!) i altres questions semblants, van servir per treballar a nivell algèbric i, sobre tot, veure que malgrat les lògiques dificultats d'aquest tipus de raonament, poden començar a fer-los i, el que em sembla més important, a molts els agrada (altres, és clar, encara estan en la fase d'haver de substituir n per un nombre concret).

En relació amb el segon problema (el dels triangles de signes + i -) vam passar força ràpidament a l'última questió, però aquesta va resultar difícil. Alguns confonien encara n (nombre de signes de la primera fila) amb el total de signes del triangle o bé inferien erròniament que si n era parell (o senar) el total també ho sería. Vam suggerir que ho miressin amb exemples i llavors va apareixer la suma dels nombres de 1 a n. Van treballar-hi una mica (crec que caldrà tornar-hi un altre dia), però s'ha de destacar la resposta d'un noi (un altre dels "moments" genials de la sessió): Per sumar els nombres d'1 a 14 faig: 14 · 14 / 2 + 14 / 2, raonada visualment construint un triangle (primera fila 14, segona 13, etc...) i veient que és la meitat del quadrat de 14 x 14, però que falta la meitat de tots els quadradets de la diagonal

(14 / 2). Tot i que va costar-li explicar-ho (els altres no ho entenien massa) el dibuix era prou explicit. Senzillament genial.

Com podeu veure amb aquesta petita crónica, ecrita a raig, la sessió va anar prou bé, en el sentit que els nois i les noies van mostrar moltes ganes, van treballar força, es van poder estirar els jocs i els problemes concrets cap a idees matemàtiques de tipus general i no van faltar alguns “grans moments” d’aquells que et deixen bocabadat. Al final, comentant amb els nois i noies diferents aspectes dels jocs i les recreacions, els vam suggerir que pel proper dia portessin un joc, recreació o endevinalla matemàtica que coneguessin i que els agradés especialment, amb la finalitat de fer un recull i repartir-lo.

Esperem que aquestes notes, que finalment s’han allargat força, us serveixin per fer “dentetes”. La Marta i jo em disfrutat com a camells. Ells, a la sortida, deien que també ho havien passat bé. Fins la setmana vinent.