

**ESTALMAT. 2003-2004.**  
**SEGONA SESSIÓ: 11 D'OCTUBRE DE 2003.**

**PARITAT: Parell-senar / Blanc-negre / Positiu-negatiu/ ...**

**Introducció.**

En moltes situacions i problemes de matemàtiques apareix una idea, simple però molt útil, que consisteix a considerar un conjunt dividit en dues parts (o en dos grups). Per exemple, els nombres naturals es poden classificar en parells (o divisibles per dos) i senars (que donen residu 1 al dividir-los per dos). Els nombres enters, que també es poden classificar en parells i senars com els naturals, es poden dividir en dos grups segons el signe (positiu o negatiu). Els girs poden ser en el sentit de les agulles del rellotge o en sentit contrari. Les caselles d'un tauler d'escacs poden ser blanques o negres. Podriem trobar, encara, altres exemples on es presenta una situació com les anteriors.

En aquesta sessió treballarem a partir de problemes on s'utilitza la idea que acabem d'exposar, juntament amb d'altres, per raonar sobre què passa en cadascuna de les situacions proposades.

**Problemes sobre paritat per treballar a la sessió**

**1. Qüestions d'alternança**

- 1.1. Un conjunt de 9 engranatges (cada engranatge és una roda dentada) estan units formant una cadena tancada, de manera que cada engranatge està unit a uns altres dos. Creus que serà possible fer girar un dels engranatges de manera que tots es posin en moviment? Per què?
  
- 1.2. Un grup d'amics, nois i noies, estan asseguts al voltant d'una taula rodona. Cadascun dels amics té com a veïns dos companys que són del mateix sexe (dos nois o bé dues noies). Si en el grup hi ha cinc nois, quantes noies hi ha? Per què no pot haver-hi cap més possibilitat?
  
- 1.3. En una casella (a1) situada en un vèrtex d'un tauler d'escacs hi posem un cavall. El cavall fa un cert recorregut (d'acord amb la regla d'aquesta peça d'escacs) que acaba en la mateixa casella on havia començat. Quants moviments pot tenir el recorregut del cavall, si sabem que n'ha fet més de quatre i menys de deu?

**Trebal·leu aquests tres problemes i tracteu d'escriure un raonament, el més acurat possible, per respondre les qüestions plantejades.**

## 2. Utilitzant les fitxes del dòmino: cadenes i recobriments

- 2.1. Hem col·locat les 28 fitxes d'un joc del dòmino formant una cadena (d'acord amb la regla de col·locació de les fitxes d'aquest joc). En un extrem de la cadena hi ha un 5. És possible saber quin nombre hi haurà a l'altre extrem? Per què?
- 2.2. Hem col·locat les 28 fitxes d'un joc del dòmino formant una cadena tancada. Traiem una fitxa de la cadena. És possible saber quins dos nombres hi ha en la fitxa que hem tret? Com?
- 2.3. Col·loquem fitxes de dòmino sobre un tauler d'escacs (de manera que cada fitxa tapa exactament dues caselles del tauler). És possible recobrir el tauler? Si canviem el tauler, de manera que segueixi essent quadrat, serà sempre possible recobrir-lo amb fitxes de dòmino? I si el tauler és rectangular?
- 2.4. En un tauler d'escacs eliminem dues caselles (situades en dos vèrtex oposats per una diagonal, per exemple la casella a1 i la casella h8). Com en el problema anterior recobrim la part que resta del tauler amb fitxes de dòmino. Serà possible fer-ho? Per què?

## 3. Altres problemes per pensar.

- 3.1. La Maria ha trobat uns quants nombres enters de manera que al sumar-los tots el resultat és zero i al multiplicar-los el resultat és 1. Quants nombres (i quins són) ha triat la Maria si sabem que són més de 13 i menys de 20?
- 3.2. En un tauler d'escacs situem 41 fitxes (cada fitxa en una casella diferent) de manera simètrica respecte una diagonal del tauler. És possible fer-ho de manera que no hi hagi cap fitxa en la diagonal que fa d'eix de simetria? Per què?
- 3.3. Com en el problema anterior, situem 41 fitxes en un tauler, de manera simètrica respecte les dues diagonals del tauler. Ara les dimensions del tauler són de  $9 \times 9$  (un quadrat de 81 caselles). A quina casella podem assegurar que hi haurà una fitxa? Per què?
- 3.4. Trieu un nombre de 7 xifres. Formeu un altre nombre invertint les xifres del primer i sumeu els dos nombres. Raoneu que la suma tindrà com a mínim una xifra parell.

