

## ESTALMAT. 17 DE GENER DE 2004.

### 1ª PART: CERCLES, CILINDRES, ESFERES I ROTACIONS

#### Problemes per treballar a la sessió.

- 1. Una corda molt llarga.** Suposem que la Terra és una esfera perfecta i que al seu voltant, seguint l'equador, posem una corda que descriurà una circumferència. Afegim un metre a aquesta corda i la tensem per formar una nova circumferència concèntrica amb l'anterior. Quina distància s'aixecarà la corda del terra? Fem el mateix amb una pilota de tennis: posem una corda al seu voltant, afegim un metre a la corda i la tensem per formar una nova circumferència. Creus que ara la corda es separarà més, menys o igual que en el cas de la Terra? Abans de fer càlculs pensa quin creus que serà el resultat. Després comprova què passa i explica perquè.
- 2. Arrossegant una barca.** Per transportar una barca en una platja utilitzem uns cilindres que posem entre la barca i la sorra, de manera que quan estirem la barca els cilindres roden. Si el diàmetre de cada cilindre és de 20 cm, cada vegada que aquests donin un volta, la barca recorrerà més o menys d'un metre? Per què?
- 3. Monedes que giren (I).** Posa dues monedes iguals en contacte sobre la taula i fes girar una moneda al voltant de l'altra (sense que rellisqui) de manera que faci una volta fins a tornar a la posició inicial. Quantes voltes haurà fet la moneda sobre sí mateixa? Abans de fer-ho tracta d'imaginar la solució. Explica què creus que passa.
- 4. Monedes que giren (II).** Per tal d'entendre què passa en el problema anterior farem girar una moneda al voltant de diferents polígons. A) Imagineu un triangle equilàter tal que la mesura del seu costat equival a la longitud de la circumferència d'una moneda. Situeu aquesta moneda en un vèrtex del triangle i feu-la girar de manera que recorri tot el triangle sense relliscar. Quan torni a ser a la posició inicial, quantes voltes haurà donat la moneda? B) Si enlloc d'un triangle tenim un polígon de  $n$  costats, tots de la mateixa longitud que el costat del triangle inicial, i fem recórrer a la moneda tot el polígon, quantes voltes donarà la moneda?
- 5. Dies diferents.** Com saps la unitat de temps dia es defineix a partir del moviment de rotació de la Terra, però resulta que podem fer-ho de dues maneres: A) Temps transcorregut entre dues passades consecutives del Sol per un mateix meridià (dia solar). B) Temps que triga la Terra en fer una rotació completa sobre el seu eix (dia sideri). Creus que les dues definicions són equivalents o bé una correpon a un temps més gran que l'altra? Si l'any té una durada aproximada de 365 dies solars i 6 hores, quina serà la durada de l'any en dies sideris?
- 6. El circuit de Montmeló.** Quan un cotxe recorre una corba d'una carretera, la roda exterior roda més que la interior perquè l'espai recorregut per aquella és més gran. Imaginem que un cotxe de Formula I fa una volta sencera al circuit de Montmeló. A) Quines dades necessitem per poder determinar la diferència de voltes que hi haurà entre les dues rodes? B) Com ha de ser un circuit per tal que les dues rodes facin el mateix nombre de voltes? C) Es possible dissenyar un circuit de manera que la diferència de voltes sigui més gran que la que hi ha en el circuit de Montmeló?

## ESTALMAT. 17 DE GENER DE 2004

### 2ª PART: NOMBRES DECIMALS I NOMBRES CÍCLICS

**1. Endevina el nombre.** Un joc per a dos jugadors. El primer jugador pensa un nombre natural de l'1 al 100 i l'altre ha d'endevinar-lo sense fer cap operació. Per això, el segon jugador diu un nombre i el primer divideix amb una calculadora aquest nombre per el que ell ha pensat i li ensenya al segon el resultat de la divisió. Quan el segon endevina el nombre es torna a jugar canviant l'ordre dels jugadors. El que endevina el nombre amb menys jugades és el guanyador (el jugador que ha d'endevinar el nombre ha de fer totes les operacions mentalment). Jugueu sis vegades invertint cada vegada l'ordre dels jugadors.

Quan hagueu jugat les sis vegades, penseu entre els dos jugadors si podrieu endevinar el nombre a la primera, és a dir, després de dir el primer nombre i de conèixer la resposta del primer jugador (ara podeu fer anotacions i resoldre les operacions que vulgueu amb la calculadora).

2. a) Hem dividit dos nombres naturals ( $a : b$ ) amb una calculadora i ha aparegut a la pantalla 0.4705882 (si a la pantalla de la calculadora hi caben deu xifres llavors apareix 0.470588235). Si els dos nombres són menors de 50, quins són aquests nombres?  
b) Troba ara els dos nombres (igual que en el cas anterior, és a dir, enters menors que 50), si la divisió ha donat 0.2564102 (0.25641025641 en una pantalla de deu xifres); fes el mateix si el quocient és: 0.6521739 (0.65217391304 en una pantalla de deu xifres). Penseu altres possibilitats i proposeu-les als vostres companys.

3. El número 142857 és molt curiós! Multiplica'l per 2, per 3, per 4, per 5 i per 6 i explica què observes. És clar que si el multipliques per 7 la cosa canvia (no podia ser d'altra manera!). Un nombre com l'anterior es un diu un nombre cíclic. Sabries raonar per què aquest nombre és tant curiós? (Pista: fes la divisió  $1 : 7$  i observa quina relació hi ha amb el nombre inicial.

4. A un nombre natural (de més d'una xifra) li fem la següent operació: agafem la última xifra (la de les unitats) i la posem al davant: per exemple, transformem 273 en 327. Si fem això amb el nombre del problema anterior, resulta que passem de 142857 a 714285, amb la curiositat que el nombre obtingut és 5 vegades l'inicial, ja que  $142857 \times 5 = 714285$ . Sabries trobar nombres que en fer aquesta operació resultessin 4 vegades l'inicial?