

# Cap on va l'educació estadística?

---

Carmen Batanero<sup>1</sup>

Departament de Didàctica de la Matemàtica, Universitat de Granada

---

*Malgrat que fa pocs anys era molt escàs el nombre de persones que s'interessava pels problemes de l'ensenyament i l'aprenentatge de l'estadística, en l'actualitat assistim a un augment considerable de les publicacions, dissenys curriculars i investigacions relacionats amb aquest tema. El propòsit d'aquest article és fer un breu resum d'aquest desenvolupament en l'àmbit internacional i reflexionar sobre la situació actual i perspectives futures de l'educació estadística al nostre país<sup>2</sup>.*

## 1. Introducció

Recentment l'estadística s'ha incorporat de manera generalitzada al currículum de matemàtiques de l'Ensenyament Primari i Secundari i de les diverses especialitats universitàries en la majoria de països desenvolupats. Les raons d'aquest interès cap a l'ensenyament de l'estadística han estat repetidament assenyalades per diversos autors des de començaments de la dècada dels vuitanta. Per exemple Holmes (1980) indica les següents:

- L'estadística és una part de l'educació general desitjable per als futurs ciutadans adults, que necessiten adquirir la capacitat de lectura i interpretació de taules i gràfics estadístics que amb freqüència apareixen en els mitjans informatius. Per a orientar-se en el món actual lligat per les telecomunicacions, i interdependent socialment, econòmica i política, es fa necessari interpretar una extensa gamma d'informació sobre els temes més variats.
- És una eina útil per a la vida laboral, ja que en moltes professions es precisen uns coneixements bàsics del tema. L'estadística és indispensable en l'estudi dels fenòmens complexos en què cal començar per definir l'objecte d'estudi i les variables rellevants, recollir-ne dades, interpretar-les i analitzar-les.
- El seu estudi ajuda al desenvolupament personal, fomentant un raonament crític basat en la valoració de l'evidència objectiva; hem de ser capaços d'usar les dades quantitatives per a controlar els nostres judicis i interpretar els dels altres; és important adquirir un sentit dels mètodes i raonaments que permeten transformar aquestes dades per a resoldre problemes de decisió i efectuar prediccions (Ottaviani, 1998).
- Ajuda a comprendre altres temes del currículum, tant de l'educació obligatòria com posterior, on amb freqüència apareixen gràfics, resums o conceptes estadístics.

---

<sup>1</sup> e-mail: batanero@goliat.ugr.es

<sup>2</sup> Aquest article ha estat traduït del castellà per Àngel Alsina.

Un altre aspecte que fou ja assenyalat per Fischbein (1975) és el caràcter exclusivament determinista que el currículum de matemàtiques ha tingut fins fa uns anys, i la necessitat de mostrar a l'alumne una imatge més equilibrada de la realitat: “*En el món contemporani, l'educació científica no pot reduir-se a una interpretació unívoca i determinista dels successos. Una cultura científica eficient reclama una educació en el pensament estadístic i probabilístic*”.

Més recentment, Begg (1997) assenyalava que l'estadística és un bon vehicle per a assolir les capacitats de comunicació, tractament de la informació, resolució de problemes, ús d'ordinadors i treball cooperatiu i en grup, a les quals es dóna gran importància en els nous currículums.

A més, la probabilitat i l'estadística es poden aplicar fàcilment, ja que no requereixen tècniques matemàtiques complicades. Les seves aplicacions proporcionen una bona oportunitat per a mostrar als estudiants la utilitat de la matemàtica per resoldre problemes reals, sempre que el seu ensenyament es porti a terme mitjançant una metodologia heurística i activa, emfasitzant l'experimentació i la resolució de problemes.

Totes aquestes raons han impulsat la investigació i el desenvolupament curricular en el camp específic de l'estadística. Algunes mostres de projectes curriculars desenvolupats d'acord amb aquestes idees són, per exemple, els de l'*Schools Council Project on Statistical Education* al Regne Unit (1957-1981) i el *Quantitative Literacy Project* a Estats Units (1985-98). Els materials didàctics, el software educatiu, investigacions, revistes, reunions i congressos sobre l'ensenyament de l'estadística han crescut espectacularment en els últims anys.

D'altra banda, l'interès per l'ensenyament i la comprensió de l'estadística no és exclusiu de la comunitat d'educació matemàtica. La

preocupació per les qüestions didàctiques i per la formació de professionals i usuaris de l'estadística ha estat una també constant dels estadístics, i les investigacions sobre el raonament estocàstic han tingut un gran creixement en el camp de la psicologia. A continuació analitzem els treballs sobre educació estadística portats a terme en aquests tres camps. El nostre objectiu és proporcionar informació als professors i investigadors, amb la finalitat d'interessar-los per l'ensenyament de l'estadística i impulsar el desenvolupament de la investigació sobre educació estadística en el nostre país.

## 2. Educació estadística dins de l'estadística

La relació entre el desenvolupament d'un país i el grau en què el seu sistema estadístic produeix estadístiques completes i fiables és clara ja que aquesta informació és necessària per a la presa de decisions encertades de tipus econòmic, social i polític. La formació adequada, no només dels tècnics que produeixen aquestes estadístiques, sinó dels professionals i ciutadans que han d'interpretar-les i prendre alhora decisions basades en aquesta informació, així com dels que han de col·laborar en l'obtenció de les dades requerides és, per tant, un motor del desenvolupament.

L'educació estadística ha estat una preocupació de primer ordre de l'*International Statistics Institute* (ISI) des de la seva fundació el 1885, concretant-se oficialment el 1948 en l'establiment del *Comitè d'Educació*, encarregat de promoure la formació estadística, col·laborant per a aquesta finalitat amb la UNESCO i altres organismes internacionals, i marcant el començament d'un programa sistemàtic de recolzament a l'educació (Vere-Jones, 1997). En aquell moment, un objectiu comú de les Nacions Unides i de l'ISI era millorar la

informació estadística disponible en els països en vies de desenvolupament, cosa que implicava la necessitat de preparar un nombre suficient de tècnics estadístics en aquests països. Les responsabilitats del *Comitè d'Educació* van incloure el desenvolupament de diplomatures i llicenciatures en estadística en les quals es formarien els professors i tècnics estadístics. Una de les primeres activitats d'aquest comitè fou la creació dels *Centres Internacionals d'Educació Estadística* a Calcuta i a Beirut per atendre les necessitats formatives dels països del seu respectiu entorn geogràfic.

Així mateix, el *Comitè* ha col·laborat en la producció i difusió d'ajuts per a l'ensenyament, per exemple la preparació de llibres de text universitaris, de bibliografies específiques i diccionaris de termes estadístics. Subcomitès especials es van dedicar a impulsar la introducció de l'estadística a les escoles, el paper de la dona en l'estadística, i la promoció de conferències sobre l'educació estadística, donant origen en particular als ICOTS (*International Conference on Statistical Education*) que es van iniciar el 1982 a la Universitat de Sheffield i han continuat cada quatre anys.

Un altre tipus de conferències iniciades pel *Comitè d'Educació*, com a satèl·lits de l'ICME (*International Congress of Mathematics Education*), són les *Round Table Conference* sobre temes específics d'educació estadística, que han estat els següents: "Estadística a l'escola" (Viena, 1973; Varsòvia, 1975, Calcuta, 1977), "L'ensenyament universitari de l'estadística en els països en vies de desenvolupament" (La Haia, 1968), "Ensenyament de l'estadística i ordinadors", (Oisterwijk, 1970; Camberra, 1984), i "Formació de professors" (Budapest, 1988).

La creació en el *Centre d'Educació Estadística de la Universitat de Sheffield* de la revista *Teaching Statistics* dirigida als professors i

l'èxit que ha tingut durant els seus 21 anys d'existència van mostrar l'interès dels professors pels aspectes didàctics i la necessitat de compartir i discutir els problemes educatius.

El 1991 l'ISI decideix crear una nova secció a la qual es transferirien les responsabilitats i objectius que fins aleshores havia tingut el *Comitè d'Educació*. Neix així la IASE (*International Association for Statistical Education*), amb igualtat de drets i obligacions que la resta de les seccions de l'Institut, participant en l'elaboració de les seves revistes i organització de les seves sessions bianuals, contribuint al seu finançament i amb representació en els seus organismes directius. L'objectiu principal de la IASE és el desenvolupament i millora de l'educació estadística en l'àmbit internacional. En l'actualitat compta amb uns 500 membres, que són persones interessades en l'ensenyament de l'estadística en qualsevol dels nivells educatius, el desenvolupament de software estadístic, l'ensenyament de l'estadística en empreses o indústria, preparació d'experts estadístics per a les unitats estadístiques en el govern i el desenvolupament curricular, llibres de text i materials didàctics. Com indica Hawkins (1999), la Societat té un triple objectiu:

- Com a organització professional proporciona un entorn de discussió per a tots els que d'alguna manera s'interessen per l'educació estadística.
- Com a societat d'investigació s'encamina cap a la constitució d'una disciplina autònoma.
- Com que és el braç educatiu de l'ISI pren el lideratge i respon les qüestions sobre educació i formació estadística i promou l'educació estadística, especialment en els països en desenvolupament.

Entre les responsabilitats assumides per aquesta societat cal destacar l'organització de

les conferències ICOTS, des de la ICOTS IV (Marrakesh 1994) i de les *Round Table Conference* associada a l'ICME, i han organitzat fins avui les dedicades a "Ensenyament de l'anàlisi de dades" (Quebec, 1992) i "Impacte de les noves tecnologies en la investigació" (Granada, 1996).

La diversitat de temes que interessen els educadors estadístics s'ha reflexat en el programa de la V ICOTS celebrat el 1988 a Singapur, el lema de la qual *-Expanding the network-* feia al·lusió a la voluntat d'expansió i filosofia de treball en equip de la societat. Aquesta filosofia també es va traduir en la mateixa organització del treball científic del congrés, on les sessions varen ser coordinades per més d'una trentena de persones funcionant en forma arborescent i intercomunicades. Els grans temes: "educació a l'escola", "educació postsecundària", "educació al centre de treball", "educació i societat", "perspectiva internacional de l'educació estadística", "investigació", "el paper de la tecnologia", i "altres factors que determinen l'educació estadística", s'han derivat en uns 200 treballs presentats i set llistes de discussió organitzades per a continuar el treball a distància.

S'han promogut, a més, altres conferències: el 1993 va tenir lloc la *Primera Reunió Científica de la IASE* a Perugia, i la *Segona Reunió Científica de la IASE* es va celebrar a El Caire el 1994. La IASE ha realitzat presentacions del seu treball en altres conferències amb sessions d'educació estadística com la *Conferència conjunta d'IAOS/IASS*, Aguas Calientes, México, 1998 (Ottaviani, 1998), la *IV Conferència Internacional Iraniana d'Estadística*, Teherán, 1998 (Batano, 1998 a) i la *IV Conferència de Societats latinoamericanes de Estadística*, Mendoza, 1999 (Ottaviani, 1999).

La IASE ha promogut també la publicació de llibres, entre els quals els més recents són la col·lecció de treballs sobre estadística

presentats en l'ICME 8 (Phillips, 1996); les Actes de la Conferència que es va celebrar a Tartu (Estònia) sobre Educació Estadística i Estadística Computacional (Tiit, 1997) i *The Assessment Challenge in Statistics Education* editat per I. Gal i J. Garfield (1997), que discuteix els problemes teòrics i pràctics de l'avaluació del raonament estadístic.

Actualment s'ha iniciat la preparació de la pròxima *Round Table Conference* associada a l'ICME 9, que tindrà lloc a Tokio l'any 2000 i estarà dedicada a estudiar el problema de la "Formació d'investigadors en l'ús de l'estadística". Així doncs, veiem que la preocupació per l'educació estadística no acaba amb l'etapa universitària, ja que actualment una formació bàsica estadística és imprescindible per als investigadors en diverses ciències, no només per poder valorar i prendre decisions sobre els dissenys de la seva investigació, sinó per poder llegir la literatura científica de la seva especialitat i per poder comunicar-se amb els estadístics professionals, a propòsit de l'anàlisi de les seves dades. Així mateix les sessions que IASE ha organitzat dins la 52a sessió de l'ISI (Helsinki, 1999) han tractat des de la formació de professors, el paper de la visualització, l'ús de dades estadístiques oficials en l'ensenyament i l'avaluació fins a la controvèrsia actual sobre l'ús dels tests de significació.

### **3. La perspectiva psicològica: investigació sobre el raonament estocàstic**

La influència que han tingut les investigacions sobre el raonament estocàstic en el camp de la psicologia és tanta que Pérez Echeverría (1990) parla de la "revolució probabilista" per referir-se a aquest impacte, comparant-lo amb el que ha tingut la perspectiva cognitiva. Aquesta importància és a causa del gir que aquests estudis han propiciat en els treballs sobre raonament humà, on s'ha passat d'un

model d'actuació d'acord amb la lògica formal a concebre'n un de decisorí que actua d'acord amb un sistema probabilístic complex, usant heurístiques adquirides en la seva relació empírica amb allò quotidià. Treballs com els recollits per Kahneman i cols. (1982), que toquen entre altres punts el raonament correlacional, la inferència, la probabilitat condicional i la regla de Bayes han contribuït a aquest canvi de paradigma en els estudis psicològics.

Un concepte fonamental en aquests treballs és el d'*heurística* o estratègia inconscient que redueix la complexitat d'un problema probabilístic, suprimint part de la informació. Encara que les heurístiques ajuden en molts casos a obtenir una solució aproximada del problema, en altres produeixen biaixos en les conclusions obtingudes, amb les conseqüents implicacions en les decisions preses. Considerem, per exemple, el següent ítem adaptat de Kahneman i cols. (1982).

*Exemple 1. En un hospital maternal es porta un registre del sexe dels nadons. Quin dels successos següents et sembla que té més probabilitat?*

*A. Que entre els pròxims 10 nadons hi hagi més d'un 70 % de nenes.*

*B. Que entre els pròxims 100 nadons hi hagi més d'un 70 % de nenes.*

*C. Ambdues coses em semblen igualment probables.*

La resposta correcta a aquest ítem és l'A, encara que la majoria dels subjectes solen considerar correcta la resposta C. Això és perquè només tenen en compte que la proporció de nenes en les dues mostres és la mateixa, sense tenir en compte la mida de les mostres, que es també una dada del problema, ja que les mostres petites són més variables que les grans. Si es suprimeix una dada (la mida de la mostra) s'ha reduït la complexitat del problema, però s'ha produït una solució

incorrecta. Raonaments com el que es mostra a l'exemple (l'heurística de la representativitat) han estat estudiats pels psicòlegs en diversos contextos d'aplicació, com ara en diagnòstic mèdic o en judicis legals.

D'altra banda, i a partir dels estudis de Piaget i Inhelder (1951), l'adquisició de les idees d'aleatorietat i probabilitat, del raonament combinatori, de la intuïció de la freqüència relativa, distribució i convergència, així com de la capacitat de quantificació de probabilitats ha estat analitzada en els nens des dels seus primers anys a l'adolescència, determinant-se, en conseqüència, etapes diferents en el desenvolupament del raonament probabilístic. Altres autors han estudiat també la influència de creences prèvies i concepcions animistes dels nens sobre la seva capacitat de percepció d'allò aleatori. La importància que aquests treballs tenen per als professors és que permeten seleccionar d'una forma racional el tipus de tasques probabilístiques que podem proposar als nostres alumnes en funció de la seva edat. Els instruments d'avaluació construïts en aquestes investigacions també són útils per a valorar els coneixements i tipus de raonaments dels nostres alumnes.

Una menció particular mereixen els treballs de Fischbein (1975) i altres de posteriors d'aquest autor, ja que varen constituir un dels primers ponts d'unió entre la psicologia i la educació matemàtica. Interessat no només per la formació dels conceptes formals, sinó per l'aparició d'intuïcions parcials sobre els conceptes estocàstics, es va preocupar també de l'efecte de la instrucció. Els seus investigadors reforcen decididament la conveniència de fer avançar l'educació estocàstica i també mostren que, sense instrucció, és difícil que es desenvolupi un raonament estocàstic adequat, àdhuc quan s'assoleix l'etapa de les operacions formals.

Fischbein fou un dels fundadors del grup PME (*Psychology of Mathematics Education*) que el

1999 celebra la seva 23a reunió anual i que en l'actualitat és la principal agrupació d'investigadors en educació matemàtica. El 1994 es va crear un grup de treball sobre estocàstica dins del PME que continua treballant. Un dels projectes que aquest grup té engegat és la elaboració d'una monografia on es faci un resum de les investigacions principals en el camp de l'educació estadística i es discuteixin les seves implicacions didàctiques.

#### **4. Especificitat de l'estadística dins de l'educació matemàtica**

L'interès per l'ensenyament de l'estadística dins de l'educació matemàtica és causat pel ràpid desenvolupament de l'estadística com a ciència i com a eina útil en la investigació, la tècnica i la vida professional, i ha estat impulsat notablement per la difusió dels ordinadors i el creixement espectacular de la seva potència i la seva rapidesa de càlcul, així com per les possibilitats de comunicació. Tot això ha facilitat l'ús de l'estadística a un nombre creixent de persones, provocant, en conseqüència, una gran demanda de formació bàsica en aquesta matèria, formació que ha estat encomanada, en els nivells no universitaris, als professors de matemàtiques.

Els nous currículums d'educació primària i secundària inclouen de forma generalitzada recomanacions sobre l'ensenyament de l'estadística. Tanmateix, a la pràctica són encara pocs els professors que ensenyen aquest tema, i en altres casos es tracta molt breument, o de forma excessivament formalitzada. Analitzarem, a continuació, la problemàtica que, per a molts professors suposa l'ensenyament de l'estadística.

Una primera dificultat prové dels canvis progressius que l'estadística està experimentant en els nostres dies, tant des del punt de vista del seu contingut, com del punt de vista de les demandes de formació. Estem caminant

cap a una societat cada vegada més informatitzada i una comprensió de les tècniques bàsiques d'anàlisi de dades i de la seva interpretació cada dia és més important. Això ens porta a haver d'ensenyar estadística a alumnes amb capacitats i actituds variables, i fins i tot als que segueixen un batxillerat no científic, que no disposen de la mateixa base de coneixements de càlcul que els seus companys.

Al mateix temps, l'estadística com a ciència està passant per un període de notable expansió, essent cada vegada més nombrosos els procediments disponibles, allunyant-se cada vegada més de la matemàtica pura i convertint-se en una "ciència de les dades", cosa que implica la dificultat d'ensenyar un tema en canvi i creixement continu. Per exemple, el professorat que ha tractat d'incorporar les calculadores gràfiques o l'ordinador a la seva classe d'estadística, coneix bé el treball afegit que suposa l'actualització contínua en l'ús d'aquests recursos.

D'altra banda, el nombre d'investigacions sobre la didàctica de l'estadística és encara molt escàs, en comparació amb les existents en altres branques de les matemàtiques. Per això, no es coneixen encara quines són les principals dificultats dels alumnes en molts conceptes importants. També caldria experimentar i avaluar mètodes d'ensenyament adaptats als trets diferencials de l'estadística, a la qual no sempre es poden transferir els principis generals de l'ensenyament de les matemàtiques. Les investigacions existents no són prou conegudes per part dels professors, ja que falta encara molta tasca de difusió, especialment de treballs realitzats fora del nostre país. Precisament treballs com aquest article o els publicats en la revista UNO, n. 5, volen contribuir a omplir aquest buit.

La pròpia base de l'estadística és molt diferent de la cultura determinista tradicional a la classe de matemàtiques. Un indicador d'això és que encara avui continuen les controvèrsies filosò-

fiques sobre la interpretació i aplicació de conceptes tan bàsics com els de probabilitat, aleatorietat, independència o contrast d'hipòtesis, mentre que aquestes controvèrsies no existeixen en àlgebra o geometria (Batanero i Serrano, 1995). Les dimensions polítiques i ètiques de l'ús i possible abús de l'estadística i la informació estadística contribueixen, així mateix, a l'especificitat del camp.

La formació específica dels professors en aquest àmbit concret és pràcticament inexistent. A Espanya només molt recentment s'ha iniciat una assignatura específica de didàctica de l'estadística dins la Llicenciatura en Ciències i Tècniques estadístiques de la Universitat de Granada, i creiem que aquest tipus d'assignatura és pràcticament inexistent en altres universitats. Els professors que provenen de la Llicenciatura de Matemàtiques no tenen una formació específica en didàctica de l'estadística i molts tampoc la tenen en estadística aplicada. La situació és encara pitjor pel que fa als professors de primària, la major part dels quals no han tingut una formació ni tan sols bàsica, ja no sobre la didàctica de l'estadística, sinó sobre els conceptes bàsics d'estadística o probabilitat.

D'altra banda, encara que existeixen llibres de text excel·lents, la investigació didàctica està començant a mostrar com alguns errors conceptuals i una pedagogia inadequada es transmeten amb una freqüència major del que seria desitjable en els llibres de text (Sánchez-Cobo, 1996; Ortiz, 1999).

Un últim punt és la naturalesa interdisciplinària del tema, que fa que els conceptes estadístics apareguin en altres matèries com ara les ciències socials, la biologia, la geografia, etc., on els professors a vegades es veuen obligats a ensenyar estadística, fet que pot ocasionar conflictes quan les definicions o propietats presentades dels conceptes no coincideixen amb les impartides a la classe de matemàtiques.

Sembla necessària, en conseqüència, una millor preparació prèvia, una formació permanent del professorat i el suport dels departaments universitaris i grups d'investigació implicats per a aconseguir-ho. El paper de les societats professionals, com la IASE és també decisiu, especialment a partir de la constitució de grups locals actius que serveixin d'intermediaris entre els professors, estadístics professionals i investigadors en educació estadística en les seves branques. En aquest sentit, una iniciativa important és la que s'està iniciant d'organitzar un grup Iberoamericà dins de la IASE.

## 5. Com ensenyar estadística?

En els apartats anteriors hem justificat la importància de la formació estadística. Tot esperant haver convençut els professors de l'interès que per als seus alumnes tenen els coneixements estadístics bàsics, tractarem a continuació de suggerir la forma de portar a terme aquest ensenyament. Per això hem de reflexionar, en primer lloc, sobre les finalitats principals d'aquest ensenyament, que són les següents:

- Que els alumnes arribin a comprendre i a apreciar el paper de l'estadística en la societat, per arribar a conèixer els seus camps d'aplicació i la manera com l'estadística ha contribuït al seu desenvolupament.
- Que els alumnes arribin a comprendre i a valorar el mètode estadístic, és a dir, la classe de preguntes que un ús intel·ligent de l'estadística pot respondre, les formes bàsiques de raonament estadístic, la seva potència i les seves limitacions.

Ja que, com hem dit, estem en presència d'una ciència que canvia ràpidament, el més important no han de ser els continguts específics, sinó tractar de desenvolupar en els nostres

alumnes una actitud favorable, unes formes de raonament i un interès per completar més endavant el seu aprenentatge.

La raó principal de l'estudi de l'estadística és que els fenòmens aleatoris tenen una forta presència en el nostre entorn. Tradicionalment, la majoria de les aplicacions mostrades en l'estudi de la probabilitat es refereixen al camp dels jocs d'atzar, perquè és familiar i interessant per als alumnes i perquè els espais mostrals en aquestes aplicacions són finits. Tanmateix, si volem que l'alumne valori el paper de la probabilitat i estadística, és important que els exemples que mostrem a la classe facin veure de la forma més àmplia possible aquesta fenomenologia, i incloguin aplicacions del seu món biològic, físic, social i polític com les descrites en Tanur (1989). Sense renunciar als jocs d'atzar, aplicacions com les característiques genètiques, la previsió atmosfèrica, el resultat de les eleccions, el creixement de la població, l'extinció de les espècies, l'efecte del tabac o les drogues sobre la salut, l'extensió d'epidèmies, els resultats esportius, l'índex de preus o el cens de la població són properes als interessos dels alumnes.

### 5.1 Metodologia d'ensenyament

Ja hem indicat que la probabilitat i l'estadística són molt properes al món familiar de l'alumne i que, per tant, proporcionen una oportunitat extraordinària de "matematitzar", de mostrar a l'alumne el procés de construcció de models, així com la diferència entre "model" i realitat. D'altra banda, les teories d'aprenentatge més acceptades emfasitzen el paper de la resolució de problemes, de l'activitat de l'alumne en la construcció del coneixement, així com de la formulació (llenguatge matemàtic), validació (demostració i raonament de les idees matemàtiques) i institucionalització (posada en comú; acord social en la construcció del

coneixement). El professor ja no és un transmissor del coneixement, sinó un gestor d'aquest coneixement i del medi (instruments, situacions) que permeti l'alumne progressar en el seu aprenentatge.

Aleshores obtenen un paper primordial els projectes estadístics i l'experimentació amb fenòmens aleatoris. Els projectes permeten als alumnes escollir un tema del seu interès en el qual precisin definir els objectius, escollir els instruments de recollida de dades, seleccionar les mostres, recollir, codificar, analitzar en interpretar les dades per donar una resposta a les preguntes plantejades. Els projectes introdueixen els alumnes en la investigació, els permeten apreciar la dificultat i la importància del treball de l'estadístic i els fa interessar-se per l'estadística com a medi d'abordar problemes variats de la vida real.

L'experimentació amb fenòmens aleatoris (real o simulada) proporciona a l'alumne una experiència estocàstica difícil d'adquirir en la seva relació empírica amb el que és quotidià. És precisament aquesta manca d'experiència la que podria causar el desenvolupament d'intuïcions estocàstiques incorrectes, segons suggereix Fischbein. Tractarem amb més detall el tema de l'experimentació en els següents apartats.

### 5.2. Materials manipulatius

Com en qualsevol altra branca de les matemàtiques el material manipulatiu ha de tenir un paper bàsic en els primers nivells de l'ensenyament, per la necessitat que tenen els nens de comptar amb referents concrets dels conceptes abstractes que tractem d'ensenyar-los. En aquest sentit els *Estàndars Curriculars i d'Avaluació per a l'Educació Matemàtica* del NCTM (1991) afirmen que en l'estudi de la probabilitat a Primària i Secundària els estudiants han d'explorar situacions de forma activa, experimentant i simulant models de

probabilitat. Però cal tenir en compte que el material en si mateix no és suficient, per la qual cosa és essencial el tipus de situació didàctica que s'organitzi al voltant del material. Convé també tenir en compte alguns punts específics sobre l'ús d'aquests materials.

Una característica particular dels experiments aleatoris és el seu caràcter irreversible, destacat per Piaget i Inhelder (1951), per als quals l'aleatorietat es produeix per la interferència d'una sèrie de causes, que actuant independentment, porten a un resultat imprevisible. Un cop produït un resultat aleatori, no és possible tornar a l'estat inicial amb seguretat. Per exemple, si en impulsar l'agulla d'una ruleta numerada obtenim el número 5, un gir en sentit contrari no ens torna, en general, a la posició inicial.

Mentre que en l'aprenentatge de les operacions bàsiques, ja sigui per exemple en l'aritmètica o en la geometria, el nen pot explorar mitjançant composició i descomposició una operació o propietat donada (per exemple, a l'hora d'estudiar la suma de dos números o la descomposició d'un polígon en triangles) amb ajuda de material concret (mitjançant les regletes o mitjançant models de polígons), això no és possible en el cas dels fenòmens aleatoris a causa del seu caràcter irreversible. Una repetició de l'experiència aleatòria tampoc serveix per a comprovar un resultat, cosa que sí que passa, per exemple, amb les operacions aritmètiques.

L'anàlisi d'un experiment aleatori va més enllà del resultat immediat i requereix la consideració de tots els successos possibles, és a dir, de l'espai mostral de l'experiment. Per tant, l'ús del material per a la classe de probabilitat implica realitzar una sèrie d'experiments, recollir-ne els resultats, calcular les freqüències dels resultats, elaborar taules i gràfics, i comprovar conjectures (hipòtesis) sobre l'experiment, és a dir, organitzar un estudi estadístic de l'experiment. Només quan es

recullen dades d'una sèrie llarga d'experiments es produeix la convergència i s'aprecien regularitats en el comportament dels fenòmens aleatoris. De la mateixa forma, si d'on partim és d'una classe d'estadística (situació d'anàlisi de dades) serà difícil oblidar completament els problemes probabilístics sobre la variabilitat, aleatorietat, generalització de les conclusions, possibilitat de predicció. Activitats dissenyades amb aquesta filosofia es recullen, per exemple, a Godino i cols (1987).

### 5.3. Simulació

Un ús característic del material en estocàstica consisteix a utilitzar-lo per substituir un experiment aleatori difícil d'observar en la realitat per un altre d'equivalent. Per exemple, si els alumnes no queden convençuts de quina és la resposta correcta en l'exemple 1 podríem organitzar a la classe una situació de simulació en la forma següent:

**Exemple 2.** *Substituïm l'experiment consistent a observar el sexe d'un nadó pel de llançar una moneda, amb el següent conveni: Si en llançar la moneda obtinc cara suposo que ha nascut un nen, en cas contrari que ha nascut una nena.*

*La meitat de la classe realitza experiments llançant alhora 10 monedes i comptant el nombre de vegades que la proporció de "nenes" (cares) és major del 70 per cent.*

*L'altra meitat realitza el mateix experiment llançant alhora 100 monedes.*

Un nombre moderadament gran d'assajos, per exemple 10 per alumne, servirà per veure la diferència entre les dues probabilitats de l'exemple 1. La situació pot millorar-se si els alumnes de cada grup representen gràficament la proporció de nenes obtingudes en cada repetició del seu experiment, que servirà per mostrar que els valors mitjans coincideixen però no la variabilitat.

La simulació permet condensar l'experiment

en el temps i en l'espai i operar amb l'experiment simulat per obtenir conclusions vàlides per a l'experiment original. A més proporciona un mètode "universal" per obtenir una estimació de la solució dels problemes probabilístics. En l'ensenyament de l'estocàstica a secundària la simulació adquireix un paper important, ja que, com se suggereixen en els *Estàndars* del NCTM ajuda l'alumne a conèixer les diferències entre la probabilitat experimental i la teòrica. El centre d'atenció de la docència ja no es limita a ensenyar tècniques combinatòries, sinó que es dona major importància a l'anàlisi del problema i el disseny d'un procediment adequat de simulació.

Cal tenir en compte, tanmateix, que la realització d'experiments en sí mateixa (l'enfocament freqüencial de l'ensenyament de les probabilitats) permet trobar una estimació de la solució del problema (fins i tot la solució per a alguns problemes, com els d'optimització). Però no proporciona la justificació del perquè aquesta solució és correcta.

Per al cas de l'exemple anterior la justificació de la solució requereix l'enumeració de totes les possibilitats en llançar les 10 ó 100 monedes i l'estudi de quantes possibilitats hi ha associades a 0, 1, 2, ..., 10 cares en el primer experiment, i 0, 1, 2, ..., 100 en el segon, és a dir, la distribució binomial. Caldrà un estudi matemàtic d'aquesta distribució i no només l'anàlisi estadística de les dades per a verificar de forma conclouent quina és la solució correcta.

## 6. Algunes tendències futures

En els apartats anteriors hem descrit el panorama actual de l'educació estadística i hem analitzat també la forma en què ha de portar-se a terme aquest ensenyament. És indiscutible que el segle XX ha estat el segle de l'estadística, que ha passat a considerar-se una de les ciències metodològiques fonamentals i base del mètode científic experimental. L'ensenyament de l'estadística, tanmateix, encara es troba a les beceroles, tot i que com hem descrit sembla avançar d'una forma imparable. Serà el segle XXI el segle de

l'educació estadística? Analitzarem a continuació alguns indicadors que semblen donar una resposta positiva a aquesta pregunta i suggerir alguns canvis previsibles en els nostres mètodes d'ensenyament d'aquesta matèria.

Un primer indicador de l'expansió futura de l'educació estadística són els treballs previstos per la IASE, com el congrés ICOTS VI del 2002 i les sessions d'educació a la *Conferència ISI* de Corea el 2001. Altres societats d'estadística o d'educació estan també organitzant seccions específiques d'educació estadística, com per exemple l'ASA (*American Statistical Association*), l'AERA (*American Educational Research Association*), *Royal Statistical Society*, a Anglaterra; la *Societat Estadística Japonesa*; la *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, etc.

Un tipus d'agrupació diferent és l'*International Study Group for Research in Learning Probability and Statistics* format per més de 250 investigadors d'uns 40 països, que es connecten a través del correu electrònic i intercanvien informació per mitjà d'un Butlletí distribuït electrònicament i situat a Internet. La flexibilitat d'aquest tipus d'organització és a causa del seu cost reduït i l'eficàcia en la distribució de la informació, així com en la disponibilitat d'ajuda de tipus diversos, des de l'intercanvi de treballs, la lectura o revisió de treballs en curs o el desenvolupament de projectes conjunts.

Les revistes orientades als professors d'estadística són un indicador de l'existència d'una problemàtica docent i d'un interès dels professors per millorar la seva acció docent. El millor exponent el tenim a *Teaching Statistics*, que ja ha complert 21 anys d'existència durant els quals s'han anat desenvolupant i adquirint una identitat i qualitat internacional reconeguda. A més dels articles sobre temes didàctics, la versió actual inclou temes històrics, curriculars, resums d'investigació, activitats per a l'aula, anàlisis de software i llibres, bancs de dades amb orientacions per al seu ús a classe i les pàgines centrals editades per la IASE amb notícies de la societat. Altres revistes similars són *Induzioni* a Itàlia i *Stochatik in der Schüle* a Alemanya, a més de la ja citada *Journal of Statistical Education*,

publicada a la North Carolina State University, que és una revista d'educació estadística en l'àmbit universitari amb un servei d'informació associat.

Algunes de les associacions que hem anomenat preparen butlletins de notícies que distribueixen per Internet amb un sistema semblant al de les revistes electròniques, com la *Newsletter* de l'*International Study Group for Research on Learning Probability and Statistics*. A nivell docent podem citar el butlletí de l'*Statistics Teacher Network*, que és una associació de professors d'estadística en els nivells de primària i secundària.

A la vista de totes aquestes possibilitats, sorgeix la pregunta de cap on va l'educació estadística i quin tipus d'ensenyament tindrem en el futur (Hawkins, 1997). És difícil donar-hi una resposta, tot i que els llibres de text es comencen a transformar en edicions electròniques i fins i tot amb format accessible a la consulta, modificació i suggeriments a través d'Internet. És també senzill obtenir dades de tot tipus per tal que els estudiants puguin realitzar investigacions sobre quasi qualsevol tema, fins i tot amb pocs recursos disponibles. El professor pot carregar aquests conjunts de dades d'Internet i introduir-les a les calculadores gràfiques dels alumnes que tenen una difusió molt més gran. D'aquesta manera els alumnes poden treballar amb les dades a casa o exportar-les a altres ordinadors o calculadores. També poden combinar conjunts de dades diferents en un mateix projecte o "enviar" a la xarxa les seves col·leccions de dades perquè siguin usades per nous estudiants en qualsevol racó del planeta (Batanero, 1998 b).

Les llistes de discussió entre professors o entre alumnes, la "tutoria" d'alumnes a distància, quan el treball de l'alumne no permet la comunicació directa amb el professor són ja fets cada vegada més propers i ja estan essent implementats de forma experimental en algunes escoles i universitats, com per exemple l'experiència australiana de formació a distància de professors (Watson, 1999). La rapidesa del canvi tecnològic fa previsible l'extensió d'aquestes noves formes

d'ensenyament i aprenentatge en un termini de temps relativament proper.

En el nostre país alguns grups de professors i investigadors hem començat a interessar-nos per l'educació estadística. Per exemple, a la Universitat de Granada hi ha un grup d'investigació que ha produït algunes tesis doctorals sobre el tema i que està implicat activament tant en la IASE com en altres organismes implicats en l'educació estadística. En altres universitats com la de Jaén, Cádiz i Murcia s'estan també desenvolupant grups d'investigació sobre el tema.

Tanmateix cal un gran esforç i, sobretot, la participació activa dels professors si volem participar en les noves tendències educatives i estendre l'ús i la valoració de l'estadística entre els nostres alumnes. Esperem que aquest article contribueixi a conscienciar els professors de la necessitat de la seva cooperació en aquesta tasca que, sens dubte, repercutirà en la millor preparació dels seus alumnes i en el desenvolupament econòmic del nostre país.

**Agraïment:** Aquest treball forma part del Projecte PB96-1411. DGES. Madrid.

## Referències

- Batanero, C. (1988 a). Current situation and future perspectives for Statistical Education. Conferència plenària a la *IV Iranian International Statistical Conference*. Shahid Beheshti Universiti, Tehran, Iran.
- Batanero, C. (1998 b). Recursos para la educación estadística en Internet. *UNO*, 15, 13-25.
- Batanero, C. i Serrano, L. (1995). La aleatoriedad, sus significados e implicaciones didácticas. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 5, 15-28.
- Begg, A. (1997). Some emerging influences underpinning assessment in statistics. A I. Gal, i J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 17-26). Amsterdam: IOS Press.
- Fischbein (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Gal, I, i Garfield, J (editors) (1997). *The assessment challenge in statistics education*. The Netherlands: IOS Press, The International Statistical Institute.
- Godino, J., Batanero, C. i Cañizares, M. J. (1987). *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.

- Hawkins, A. (1997). How far have we come? Do we know where we are going? A. E. M. Tiit (Ed.), *Computational statistics & statistical education* (pp. 100-122). Tartu: International Association for Statistical Education i International Association for Statistical Computing.
- Hawkins, A. (1999). What is the International Statistical Institute? *Teaching Statistics*, 21(2), 34-35.
- Holmes, P. (1980). *Teaching Statistics 11 -16*. Sloug: Foulsham Educational.
- Kahneman, D., Slovic, P., & Tverski, A. (1982). *Judgement under uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge: Cambridge Universiti Press.
- N.C.T.M. (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Thales (traducción española del original publicado en 1989 por la NCTM).
- Ortiz de Haro, J. J. (1999). *Significado de ambceptos probabilísticos en els textos de Bachillerato*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Ottaviani, M.G. (1998). Developments and perspectives in statistical education, *Proceedings IASS/IAOS Joint Ambference, Statistics for Eambomic and Social Development, Aguascalientes, Mexico, 1-4 September 1998 (CD-ROM)*.
- Ottaviani, M.G. (1999). A note on developments and perspectives in statistics education. Ambferencia plenaria en el *IV Ambgreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística*, 26-30 Juli 1999, Mendoza, Argentina.
- Pérez Echeverría, M. P. (1990). *Psicología del razonamiento probabilístico*. Madrid: ICE de la Universidad Autónoma.
- Phillips, B. (editor) (1996). *Papers on Statistical Education, Presented at ICME-8*. Swinburne Universiti of Technologi, Australia.
- Piaget, J., e Inhelder, B. (1951). *La genese de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Sánchez-Cobo, F.T. (1996). *Análisis de la exposición teórica y de los ejercicios de correlación y regresión en los textos de Bachillerato*. Memoria de Tercer Ciclo, Universidad de Granada.
- Tanur, J. M. (Ed.) (1989). *La estadística; una guía de lo desconocido*. Madrid: Alianza Editorial.
- Tiit, E.M. (1997). *Computational Statistics and Statistical Education*. Proceedings of the Tartu Ambference, 1996. IASE/IASC.
- Vere-Jones, D. (1997). The coming age of statistical education. *International Statistical Review*, 63(1), 3-23.
- Watson, J. (1999). Professional development for teachers of probability and statistics: Into an era of technology. *International Statistical Review*, 66(3), 271-290.

## Annex 1

### Adreces d'Internet citades en el treball:

- ASA Education: <http://www.amstat.org/education/index.html>
- International Association for Statistical Education (IASE): <http://www.stat.ncsu.edu/info/iase/>
- International Study Group for Research on Learning Probability and Statistics: <http://www.ugr.es/local/batanero/>
- Journal of Statistical Education: <http://www.stat.ncsu.edu/info/jse/>
- The RSS - Royal Statistical Society: <http://www.maths.ntu.ac.uk/rss/index.html>



Gauss, Karl Friedrich  
Matemàtic, astrònom i físic  
alemany.  
30/4/1777 -23/2/1855  
Nascut a Brunswick  
(Alemanya)



Kochran, Gemmel Wiliam  
15/7/1909-29/3/1980  
Nascut a Rutherglen  
(Escòcia)