

DOCUMENT DE TREBALL DE LA FEEMCAT SOBRE ELS CONTINGUTS DEL CURRÍCULUM DE LA MATÈRIA DE MATEMÀTIQUES DE BATXILLERAT

El curs 1998-1999 es va crear un grup de treball dins l'ABEAM amb l'objectiu d'aprofundir en els continguts de les matemàtiques comuns i les matemàtiques optatives del nou batxillerat. Després d'analitzar detingudament els continguts i objectius de la matèria de modalitat Matemàtiques el grup va arribar a una sèrie de conclusions respecte als continguts que es creia s'havien d'impartir. Tot seguit es varen prendre les següents iniciatives:

- *Realitzar una sessió de discussió, que es va celebrar el 21 d'abril passat, dirigida als membres associats a l'ABEAM entorn als continguts de matemàtiques que cal impartir al batxillerat, tant en la matèria comú de matemàtiques com en la matèria optativa de l'Ampliació de matemàtiques amb l'objectiu de consensuar un document.*
- *Informar les diferents associacions de la FEEMCAT del treball que s'estava realitzant per tal d'intentar arribar a uns acords conjunts sobre la programació de l'assignatura esmentada.*
- *Convocar una sessió conjunta de representants de totes les associacions de la FEEMCAT amb l'objectiu de consensuar un document que, en nom de la Federació, es pogués presentar on calgués (administració educativa, coordinador de les proves de selectivitat, etc.).*
- *Demandar en nom de la FEEMCAT una entrevista amb el Sr. Girbau, coordinador de matemàtiques de les proves de selectivitat del nou batxillerat, per lliurar-li el*

document.

Tot seguit es transcriu el text de l'esmentat document.

1. Introducció

El 13-3-96 es va publicar en el Diari Oficial de la Generalitat (DOGC n102181) el primer nivell de concreció del currículum de les tres modalitats del batxillerat LOGSE: ciències de la naturalesa i de la salut, tecnologia i ciències socials. El currículum de les modalitats de ciències de la naturalesa i de la salut i de tecnologia és el mateix. En aquest DOGC, per a cada modalitat, hi podem trobar una introducció, uns objectius generals, uns continguts classificats en: 1) fets, conceptes i sistemes conceptuals; 2) procediments; i 3) valors, normes i actituds i uns objectius terminals. La introducció per a les modalitats de ciències de la naturalesa i de la salut i de tecnologia és quasi igual a la introducció per a la modalitat de ciències socials mentre que els objectius generals són els mateixos. En la introducció hi ha unes consideracions de tipus social de les quals volem remarcar les següents:

"... centrar els objectius de l'aprenentatge dels alumnes a generar capacitats per aprendre, més que a dotar-los de continguts estàtics propis d'èpoques més monòtones en l'àmbit social i productiu en particular, i en l'entorn cultural en general" (DOGC nº 2181, pàg. 2454)

"... Per l'altre, els currículums de batxillerat es dissenyen pensant en una ampliació de la base social a la qual van adreçats i tendeixen a retardar el seu tractament més aprofundit en els currículums post-secundària, ja sigui universitaris o professionalitzadors" (DOGC nº 2181, pàg. 2454).

A continuació segueixen unes consideracions sobre la Matemàtica com una ciència fonamentalment procedimental, i com a instrument per a les altres ciències:

"En aquest sentit, els continguts que es detallen en aquest currículum pretenen servir per dotar l'alumnat d'un instrument

imprescindible per introduir-se de manera autònoma i creativa en el món de la ciència i la tecnologia " (DOGC nº 2181, pàg. 2454)

A continuació fa una reflexió sobre el fet que considerar les matemàtiques com a procedi-mental no ens ha de fer oblidar que l'aprenen-tatge ha de ser signifi-catiu, i que per tant, a més d'explicar els procediments, cal explicar els conceptes i principis que hi ha a sota d'aquests proce-diments:

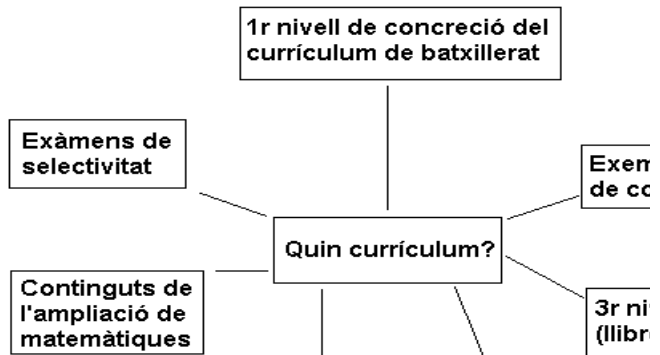
"No cal dir que, tot i insistir en el caràcter bàsicament procedimental, hi ha un seguit de conceptes i principis que s'han d'assolir per poder plantejar-se un aprenentatge significatiu d'aquells procedi-ments" (DOGC nº 2181, pàg. 2454)

Segueix amb unes consideracions sobre els continguts del batxillerat i la seva relació amb els continguts de l'ESO. en les que destaca que la principal novetat del currículum de batxillerat és la introducció de l'anàlisi infinitesimal i del càlcul vectorial, que s'han de tractar d'una manera adequada a l'edat i sense oblidar la història de cadascuna de les grans àrees de la matemàtica. A continuació fa una referència metodològica en la que insisteix en l'ús de diferents llenguatges i en els processos inductius:

"Pel que fa al material de suport i als llenguatges emprats s'ha d'insistir en l'ús de tots els recursos a l'abast, tot admetent que la diversificació de llenguatges i suports facilita una adaptació a les característiques diverses dels alumnes. No cal recordar que el caràcter procedimental, a què repetidament s'ha fet referència, condicionarà unes activitats d'aprenentatge molt basades en l'acció de l'alumnat, i que per a les activitats d'aprenentatge adreçades bàsicament a conceptes i principis caldrà tenir present els processos inductius i deductius que facilitaran un tractament adequat d'aquests continguts" (DOGC nº 2181, pàg. 2455)

A més d'aquestes consideracions, bàsiques en el moment d'iniciar un procés de reflexió sobre

els continguts del currículum, en el DOGC podem trobar els continguts (conceptes, procediments i valors) i els objectius terminals. Ara bé hi ha altres factors que s'han de tenir en



compte tal com indica l'esquema següent:

Tots aquests factors porten a diferents interpretacions del tercer nivell de concreció del currículum. Ara bé donada la limitació temporal que tenim a l'hora d'impartir els continguts del currículum es fa indispensable arribar a un consens entre el Departament d'Ensenyament, la Universitat i el professorat de matemàtiques de batxillerat.

2. Proposta

Tenint en compte els factors anteriors , una comissió de la FEEMCAT va fer una anàlisi dels continguts de la matèria de matemàtiques .

El document que s'adjunta organitza els continguts del DOGC i els objectius terminals en tres columnes (conceptes, procediments i objectius terminals) i fa algunes precisions sobre determinats continguts conceptuals i procedimentals de la matèria de modalitat en dues direccions:

- Temes que queden fora de la matèria de modalitat
- Temes que també queden de la matèria de modalitat, però que creiem adient incloure'ls en una matèria optativa

Per tant, els temes referits en els dos punts anteriors han de quedar fora de les proves de selectivitat degut a que no estan inclosos en els objectius terminals de la matèria de modalitat

(DOGC nº 2181, pàg. 2454)

Els continguts actitudinals no estan inclosos en el document perquè per la seva naturalesa trascendeixen la seva ubicació en unitats temàtiques.

Nombres reals

FETS

1. El nombre real: expressió, ordenació i operacions.
2. Els nombres i la seva evolució històrica: sistemes de notació i de numeració, el nombre racional, el nombre irracional, el nombre negatiu, el zero.

PROCEDIMENTS

1. Els nombres reals.
 - 1.1 Caracterització i expressió dels nombres reals.
 - 1.2 Ordenació de nombres reals i representació sobre la recta.
 - 1.3 Càlcul amb nombres reals. Estimació d'errors d'aproximació.

OBJECTIUS TERMINALS

1. Conèixer l'existència d'expressions decimals infinites no periòdiques i associar-les als nombres irracionals. Identificar els símbols dels nombres irracionals més usuals (π , e , radicals) amb la seva aproximació decimal. Usar la notació científica en càlculs amb nombres grans o petits.
2. Establir l'arrodoniment adequat de les expressions implicades en un càlcul concret i estimar l'error que significarà per al resultat final.
3. Descriure els trets més importants de l'evolució dels conjunts numèrics al llarg de la història. En particular, reconèixer el que han significat els nombres irracionals en la història de la matemàtica.
4. Ordenar qualsevol conjunt de nombres reals,

i representar-los sobre la recta graduada.

5. Emprar els diversos tipus d'interval·ls per expressar conjunts numèrics que apareguin en la resolució de problemes, ja sigui amb desigualtats, directament o emprant la unió, la intersecció o el complementari d'interval·ls.
6. Operar amb radicals senzills (quadràtics i cúbics) i aplicar aquests procediments al càlcul amb una indeterminada.

No s'haurien de tractar:

No cal treballar en excés els radicals

S'haurien d'incloure en alguna matèria optativa:

Nombres complexos

Successions

Trigonometria

FETS

3. Trigonometria.
 - 3.1 Les raons trigonomètriques d'un angle de 0 a 360. El radiant.
 - 3.2 Els teoremes del sinus i del cosinus.
 - 3.3 La relació entre les raons trigonomètriques amb la suma i la resta d'angles.

PROCEDIMENTS

2. Càlculs trigonomètrics.
 - 2.1 Representació de les raons trigonomètriques de qualsevol angle sobre la circumferència unitat. Relació amb les raons trigonomètriques d'un angle del primer quadrant. Càlcul amb radian·ts.
 - 2.2 Càlcul de l'angle a partir del valor d'una de les seves raons trigonomètriques.
 - 2.3 Aplicació del teorema del sinus i del cosinus a la resolució de triangles.
 - 2.4 Justificació i aplicació de les relacions de les raons trigonomètriques amb la suma i la diferència d'angles.

OBJECTIUS TERMINALS

7. Entendre els teoremes del sinus i del cosinus com una extensió dels procediments de resolució de triangles rectangles i aplicar-los a la resolució de triangles en general. Interpretar els procediments de càlcul en topografia elemental i associar-los a la resolució de triangles.

8. Interpretar i treballar amb les raons trigonomètriques d'angles de més de 90° . Conèixer el comportament de les raons trigonomètriques amb la suma i la resta d'angles i aplicar-ho al treball amb expressions trigonomètriques senzilles.

No s'haurien de tractar:

Només calen les fórmules que permeten conèixer el comportament de les raons trigonomètriques en relació a la suma i resta d'angles, per tant no s'han de treballar fórmules de transformacions de sumes en productes

Funció real

FETS

4. Funció real.

4.1 L'estudi global d'una funció: domini, recorregut, fórmula, taula i gràfic d'una funció real.

4.2 Polinomi amb una indeterminada. Grau d'un polinomi. Arrel d'un polinomi. El Teorema del residu.

4.3 Les funcions polinòmiques, racionals, trigonomètriques, exponencials i logarítmiques.

4.4 L'estudi local d'una funció: funció contínua, funció creixent, funció decreixent, asymptota horitzontal, obliqua i vertical d'una funció.

4.5 Punts de tall amb els eixos de la gràfica d'una funció, punt de discontinuïtat, extrem absolut i extrem relatiu d'una funció.

4.6 La derivada d'una funció en un punt. La funció derivada.

4.7 La integral d'una funció en un interval. Primitiva d'una funció. La Regla de Barrow.

4.8 El càlcul infinitesimal i les funcions al llarg

de la història.

PROCEDIMENTS

3. Reconeixement, descripció, estudi i representació gràfica de funcions reals.

3.1 Reconeixement de funcions en situacions pràctiques. Identificació dels elements que defineixen una funció real, des d'una òptica global: domini, recorregut, fórmula, gràfic i taula de valors.

3.2 Estudi del signe, continuïtat, monotonia d'una funció en un punt i estudi del seu comportament a l'infinit. Càlcul dels punts de tall amb els eixos de la gràfica d'una funció.

3.3 Aplicació de la derivada d'una funció al seu estudi local: creixement, decreixement i extrems absoluts i relatius.

3.4 Càlcul de l'equació de la recta tangent a la gràfica d'una funció en un punt.

3.5 Estudi global i local de les funcions reals, utilitzant eines informàtiques si s'escau.

4. Càlcul amb funcions polinòmiques, racionals, trigonomètriques, exponencials i logarítmiques.

4.1 Operacions amb polinomis. El binomi de Newton. Factorització de polinomis.

4.2 Operacions amb funcions. Comportament de les funcions respecte les operacions.

4.3 Càlcul de la derivada d'una funció en un punt. Càlcul de la funció derivada d'una funció.

4.4 Càlcul de la integral d'una funció en un interval. Càlcul de primitives.

OBJECTIUS TERMINALS

9. Entendre i aplicar amb soltesa els conceptes relacionats amb les funcions i determinar el corresponent domini i recorregut.

10. Compondre i descompondre funcions emprant les operacions bàsiques, en especial amb la composició de funcions. En particular, dominar l'ús de la calculadora i utilitzar programes de representació gràfica per a càlculs amb funcions compostes.

11. Interpretar i reconèixer a la pràctica el

concepte de funció contínua en un punt. Reconèixer i calcular els tipus de discontinuïtat més usuals. Calcular asímptotes verticals. Justificar de manera intuïtiva i aplicar algun procediment de càlcul aproximat d'arrels de funcions.

12. Interpretar i reconèixer a la pràctica el concepte de funció creixent i funció decreixent en un punt. Calcular el creixement o decreixement d'una funció en un punt, els intervals de creixement o decreixement, i interpretar i establir l'existència d'extrems absoluts i relatius d'una funció.

13. Interpretar el concepte d'asímtota obliqua i horitzontal i calcular-les per les funcions elementals i les funcions compostes senzilles.

14. Comprendre el concepte i calcular la derivada d'una funció en un punt. Relacionar-la amb la tangent a la corba en el punt corresponent i emprar-la per al càlcul de rectes tangents a corbes en punts determinats.

15. Comprendre el concepte i calcular funcions derivades. Calcular les derivades successives d'una funció i relacionar el seu signe en un punt amb el creixement, decreixement i existència d'extrem relatiu de la funció en aquest punt.

16. Generar el gràfic d'una funció a partir de l'estudi analític del domini, continuïtat, arrels, asímptotes, derivabilitat i extrems relatius de la funció.

17. Matematitzar i resoldre situacions pràctiques d'optimització, emprant els procediments bàsics de l'anàlisi funcional.

18. Reconèixer i aplicar a situacions pràctiques les funcions polinòmiques i racionals. Tenir soltesa amb el càlcul amb polinomis i fraccions algebraïques elementals i aplicar tots els procediments d'estudi de les funcions als models polinòmic i racional.

19. Reconèixer i aplicar les funcions trigonomètriques a l'estudi de diversos fenòmens científics o tecnològics.

Tenir soltesa en el càlcul amb funcions trigonomètriques directes i aplicar tots els procediments d'estudi de les funcions a les funcions trigonomètriques elementals.

20. Reconèixer i aplicar la funció exponencial a l'estudi de fenòmens científics o tecnològics, en particular en els processos de creixement compost i continu. Aplicar tots els procediments d'estudi de les funcions a la funció exponencial.

21. Reconèixer i aplicar la funció logarítmica a l'estudi de fenòmens científics o tecnològics. Interpretar la funció logarítmica com la funció recíproca de la funció exponencial, deduir-ne les propietats corresponents, conèixer el seu comportament respecte a les operacions i aplicar tots els procediments d'estudi de les funcions a la funció logarítmica.

22. Reconèixer les situacions que precisen del càlcul integral per la seva matematització. Conèixer i aplicar amb soltesa la relació entre la integral d'una funció i el càlcul d'àrees planes, aproximant àrees amb el full de càlcul si s'escau.

No s'haurien de tractar:

Funcions

No s'han de treballar les inverses de les trigonomètriques, per tant només treballarem les funcions elementals: polinòmiques, racionals, trigonomètriques, exponencials, i logarítmiques i operacions (suma, resta, multiplicació, divisió i composició) senzilles d'aquestes funcions.

Continuïtat i límits

En el primer nivell de concreció no s'inclou explícitament el contingut "límit", malgrat que s'hi inclou el contingut "continuïtat". Per tant, el que s'ha de treballar és la continuïtat utilitzant els límits com a eina per descriure els diferents tipus de discontinuïtat. No s'ha d'introduir la definició formal de límit

No s'han de treballar les indeterminacions: $\infty - \infty$, 1^∞ i la regla de L'Hopital. Treballar la regla de L'Hopital de manera significativa implica treballar el teorema de Rolle i el teorema del valor mitjà, continguts que no són en el primer nivell de concreció. Per tant, en la

matèria de modalitat només s'han de treballar les indeterminacions $0/0$ i ∞/∞ necessàries per estudiar la continuïtat i el comportament a l'infinit de les funcions elementals.

Derivades

No s'han de treballar les derivades de les funcions trigonomètriques inverses, ja que només cal treballar el càlcul de les derivades de les funcions elementals

Si bé és convenient una introducció intuïtiva als conceptes de concavitat, convexitat i punts d'inflexió, no cal treballar aquests conceptes a partir de la derivada segona

Integrals

No s'han de treballar: la integració per parts, el canvi de variable (per exemple les trigonomètriques) i la integració de funcions racionals

Només s'han de treballar les integrals immediates i les quasi-immediates (canvi de variables senzills)

S'haurien d'incloure en alguna matèria optativa:

Ampliació de càlculs de límits

Mètodes d'integració

Pla i espai vectorial

FETS

5. Pla i espai vectorial (V^2 , V^3).

5.1 Vectors al pla i a l'espai ordinari. Els conjunts V^2 i V^3 .

5.2 Suma, diferència, producte per un nombre i combinacions lineals de vectors: interpretació i propietats.

5.3 Dependència i independència de vectors.

5.4 Bases al pla i a l'espai ordinari. Components d'un vector en una base donada.

5.5 Matriu de components d'un conjunt de vectors en una base donada. Rang d'una matriu.

5.6 El conjunt de vectors del pla i R^2 , el

conjunt de vectors de l'espai i R^3 .

5.7 Mòdul i argument d'un vector. Angle entre vectors.

5.8 El producte escalar de dos vectors. Propietats. Interpretació geomètrica.

PROCEDIMENTS

5. Càlcul matricial elemental.

5.1 Expressió de dades numèriques aplicant matrius.

5.2 Càlcul del rang d'una matriu.

5.3 Resolució de sistemes d'equacions lineals amb tres incògnites.

OBJECTIUS TERMINALS

23. Identificar i representar vectors al pla donats gràficament o a través de les seves components i reconèixer la seva dependència o independència a nivell intuïtiu. A l'espai, identificar vectors donats en les seves components i reconèixer la seva dependència o independència tant a nivell intuïtiu com a partir del càlcul del rang de la matriu de components.

24. Localitzar punts al pla i a l'espai, donats en una referència i reconèixer analíticament possibles relacions elementals entre aquests punts: alineació i coplanarietat.

25. Utilitzar els vectors per a representar i resoldre situacions plantejades en l'àmbit de la física o de la tecnologia. En particular, conèixer els conceptes de mòdul i argument d'un vector del pla i la seva relació amb les components del vector en una base donada.

26. Aplicar, tant al pla com a l'espai, el producte escalar de dos vectors i les seves propietats, i calcular-lo tant en coordenades com a partir del mòdul i de l'angle que formen els vectors. Reconèixer i aplicar la interpretació geomètrica del producte escalar en termes de projecció.

27. Distingir i representar rectes i plans, expressats a partir de les seves equacions, extraient-ne els elements que els determinen i recíprocament, calcular les equacions de rectes i plans a partir d'elements que els determinen.

28. Plantejar, discutir, resoldre i interpretar la solució de sistemes d'equacions lineals amb tres incògnites i amb un paràmetre com a màxim, per calcular posicions relatives entre rectes, entre plans o entre recta i pla.

No s'haurien de tractar:

No s'han de treballar les operacions amb matrius

El rang d'una matriu es pot calcular per Gauss o per determinants, per tant no cal treballar els dos mètodes ja que qualsevol dels dos pot ser vàlid.

El currículum no parla de determinants. Per tant, no es poden incloure els continguts que obliguen a calcular determinants. Aquests són, entre d'altres, mètode de Cramer, matriu inversa, producte vectorial i producte mixt i els que se'n deriven d'ells.

No s'ha de treballar amb matrius d'ordre superior a tres

S'haurien d'incloure en alguna matèria optativa:

- Operacions amb matrius. Matriu inversa
- Determinants
- Producte vectorial

Geometria analítica

FETS

6. Geometria analítica. Pla i espai afí. Qüestions afins i mètriques.

6.1 El pla i l'espai com a conjunts de punts: \mathbb{R}^2 i \mathbb{R}^3 .

6.2 Sistemes de referència en el pla i l'espai.

6.3 Equacions d'una recta en el pla i a l'espai. Alineació. Equacions del pla. Coplanarietat.

6.4 Posició relativa entre elements geomètrics (punt, recta i pla).

6.5 Distància entre dos elements geomètrics. Angle entre dos plans, entre dues rectes i entre recta i pla.

6.6 Equació general de la circumferència.

Centre i radi.

6.7 Posició relativa entre una recta i una circumferència i entre circumferències.

6.8 La geometria des d'una perspectiva històrica.

PROCEDIMENTS

6. Càlcul vectorial (\mathbb{V}^2 , \mathbb{V}^3).

6.1 Operacions amb vectors donats geomètricament i a partir de les seves components (pla o espai): suma, diferència, producte per un nombre i combinacions lineals.

6.2 Càlcul de les components de vectors del pla, a partir del mòdul i l'argument i recíprocament.

6.3 Determinació de conjunts independents de vectors. Identificació de bases a \mathbb{V}^2 i \mathbb{V}^3 .

6.4 Càlcul del producte escalar de dos vectors.

OBJECTIUS TERMINALS

7. Càlculs geomètrics al pla i a l'espai.

7.1 Càlcul de les diferents equacions de la recta i del pla.

7.2 Determinació de la incidència entre elements geomètrics i de l'alineació i la coplanarietat de plans.

7.3 Justificació i aplicació de la condició de paral·lelisme i de perpendicularitat entre dues rectes, recta i pla i entre dos plans.

7.4 Determinació de la posició relativa de plans, rectes, rectes i plans i càlcul de les interseccions.

7.5 Determinació de mesures amb procediments analítics.

7.6 Determinació de l'equació de la circumferència. Càlcul del centre i del radi.

~~7.7 Determinació de la posició relativa entre recta i circumferència i entre circumferències.~~

S'haurien d'incloure en alguna matèria optativa:

Còniques