

Una proposta didàctica per a l'ensenyament de l'algorisme de la divisió de nombres naturals¹

Rafael Escolano

Àrea de Didàctica de la Matemàtica. Universitat de Saragossa, rescolan@unizar.es

A més

Resum

Presentem una proposta didàctica per a l'ensenyament de l'algorisme de la divisió de naturals al tercer curs d'Educació Primària sobre la base del significat de repartiment igualitari. Amb aquesta proposta pretenem que quan els alumnes usin l'algorisme de la divisió evoquin una situació física de manera que tots els passos de l'algorisme es justifiquin per l'acció de repartiment. Després d'implementar la proposta didàctica realitzem algunes reflexions.

Antecedents de l'estudi

Durant el curs 1999/00 un grup de professors del C.E.I.P. 'Tío Jorge' de la ciutat de Saragossa va constituir un seminari per a coordinar l'ensenyament de l'aritmètica als cicles d'Educació Primària. En el seminari col·laboren professors de l'àrea de Didàctica de la Matemàtica de la Universitat de Saragossa. Durant quatre anys acadèmics el seminari ha experimentat i avaluat una proposta didàctica per a l'ensenyament del nombre racional positiu i, l'any acadèmic 2002/03, s'ha implementat una proposta per a l'ensenyament de l'algorisme de la divisió al tercer curs d'Educació Primària.

A la proposta didàctica per a l'ensenyament del nombre racional positiu, la idea de repartiment igualitari juga un paper fonamental ja que la fracció i el nombre decimal es defineixen i

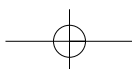
connecten conceptualment a partir d'aquest significat (Gairín, 1998; Escolano, 2002). Durant la implementació d'aquesta proposta vam detectar que els alumnes de cinquè curs de Primària tenien una escassa comprensió de l'algorisme de la divisió de nombres naturals perquè aquest procediment de càlcul apareixia deslligat de significats conceptuals com el de repartiment igualitari.

El coneixement matemàtic es caracteritza per l'ús de representacions simbòliques. El domini de la sintaxi d'aquestes representacions i la capacitat d'avaluar el seu significat constitueixen un objectiu d'ensenyament. L'ús adequat de símbols constitueix el punt d'arribada però no el punt de partida. Proposem que les tècniques de càlcul s'ensenyin des de la comprensió, de manera que els símbols que utilitzin els alumnes provinguin d'accions físiques que es realitzin amb sentit. Amb aquesta proposta pretenem que quan els alumnes usin l'algorisme de la divisió evoquin una situació física i que tots els passos del procediment de càlcul es justifiquin per l'acció de repartiment. D'aquesta manera, s'espera que els alumnes no necessitin memoritzar regles 'imposades per l'autoritat del professor', sinó que siguin capaços de reconstruir l'algorisme davant d'una eventual falta de memòria.

Participants

A l'experiència d'aula participen un grup natural de tercer curs de Primària, compost per 20

(1) Traducció del castellà feta per Núria Planas.



alumnes i la professora-tutora del grup, Isabel Soteras Capdevila.

La proposta didàctica ha estat dissenyada específicament per a aquest estudi. Consta de 34 tasques i s'ha desenvolupat al llarg de 18 sessions d'aula entre els dies 8 d'abril i 19 de maig de 2003.

Objectiu de la proposta didàctica

Pretenem ensenyar la tècnica algorísmica de la divisió de naturals quan el dividend és un nombre de tres xifres i el divisor és d'una xifra a partir del significat de repartiment igualitari. Més tard, introduïm d'altres significats de la divisió per a que els alumnes no vinculin només el significat de repartiment amb l'operació divisió.

Metodologia de la proposta didàctica

Des d'un punt de vista metodològic pretenem que els alumnes aprenguin matemàtiques resolent problemes que tinguin un referent concret basat en accions físiques de la vida real. Proposem parar més atenció a la construcció dels significats dels conceptes que al domini de regles i algorismes.

La introducció de la representació simbòlica és l'últim pas després d'haver manipulat materials i objectes concrets, haver verbalitzat les accions i realitzat representacions gràfiques de les accions. A la proposta d'ensenyament es potencia l'ús de representacions gràfiques ja que serveixen d'unió entre les accions físiques realitzades amb objectes tangibles i les representacions simbòliques.

Assumim que l'aprenentatge sorgeix de l'activitat dels alumnes davant la resolució de tasques en un ambient d'aula que promogui l'exploració, el debat i el raonament. Els alumnes resolen tasques individualment i després procedim a l'avaluació conjunta de les tasques d'acord amb el treball dels alumnes.

Continguts de la proposta didàctica

Els continguts de la proposta d'ensenyament s'articulen al voltant de tres etapes:

1ª etapa	Ensenyament del concepte de repartiment igualitari
2ª etapa	Ensenyament de l'algorisme de la divisió de naturals
3ª etapa	Ensenyament de nous significats de la divisió de naturals i reforçament de l'algorisme

Primera etapa: Ensenyament del concepte de repartiment igualitari

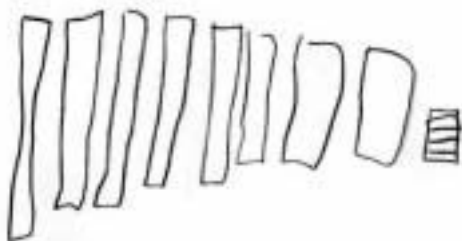
En una primera etapa, als alumnes se'ls ensenya el concepte de repartiment igualitari. De la tasca 1 a la 20, l'objectiu és estudiar aquest concepte. Proposem la resolució de tres tipus de tasques:

- a) Tasques de realització directa de repartiments. Els alumnes realitzen, a les deu primeres tasques, repartiments igualitaris amb l'ajuda de material manipulatiu que consisteix en cubs de plàstic encaixables d'aresta 2 cm (policubs). Després de realitzar físicament el repartiment, els alumnes dibuixen a la fitxa de treball la quantitat inicial a repartir i les quantitats que rep cada persona com a resultat del repartiment igualitari. Mostrem la fitxa de treball de la tasca 9:

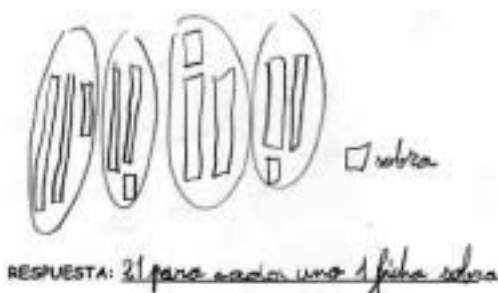
Tens 85 cubs i els reparteixes en parts iguals entre 4 persones.

Quants cubs dónes a cada persona?

Abans de fer el repartiment, dibuixa els cubs que hi ha:



Després de fer el repartiment, dibuixa els cubs que rep cada persona:



Durant la primera sessió de classe els alumnes disposen de policubs per a realitzar repartiments i per a repartir s'ajuden d'una estratègia d'assaig i error. A les següents sessions cada alumne rep una bossa amb cent policubs organitzats en 9 barres amb deu policubs cadascuna i 10 policubs per separat. Es dóna la consigna de representar les quantitats usant el menor nombre de fitxes (barres i cubs). Organitzem el material així per a què destacar l'agrupament decimal del nostre sistema de numeració, fonament dels algorismes de càlcul. Amb aquesta disposició del material, els alumnes substitueixen l'estratègia d'assaig i error per la del repartiment per fases: primer reparteixen barres (desenes) i després cubs (unitats).

Les representacions gràfiques ajuden als alumnes a comprendre el significat de repartiment igualitari. Per tal de facilitar l'ús de gràfics hem introduït dos codis: el rectangle per a indicar la desena i el quadrat per a indicar la unitat. Les representacions gràfiques permeten avaluar, amb major fiabilitat, la comprensió dels alumnes sobre el concepte de repartiment igualitari.

També pretenem incidir en el concepte de 'repartiments equivalents' com aquells on es rep la mateixa quantitat quan augmenten en la mateixa proporció els objectes a repartir i les persones que participen en el repartiment. De la mateixa manera, apareixen d'altres propietats del repartiment quan observem la relació entre el quocient i el divisor en cas que quedi invariant el dividend. Amb aquesta intenció proposem la resolució de la tasca 10, que complementa la tasca anterior:

Tens 85 cubs i els reparteixes en parts iguals entre 8 persones. Quants cubs dónes a cada persona?

Abans de fer el repartiment, dibuixa els cubs que hi ha.

Després de fer el repartiment, dibuixa els cubs que rep cadascú.

RESPOSTA:

- b) Tasques de buscar les condicions inicials d'un repartiment. Els alumnes resolen quatre tasques (11, 12, 13 i 14) en les que han de trobar la quantitat inicial a repartir quan coneixen la quantitat que rep cada persona, la quantitat que queda i el nombre de persones que participen en el repartiment.

Per a dominar una tècnica en profunditat cal, a més de realitzar tasques directes, com la de repartir, proposar tasques inverses que, en aquest cas, consisteixen en trobar les condicions inicials d'un repartiment a partir del coneixement de les quantitats que es reben. Mostrem l'enunciat de la tasca 14:

Tens un nombre de cubs per a repartir. Quan els reparteixes en parts iguals entre 10 persones dónes a cada persona 6 cubs i en queda un. Quants cubs tenies per a repartir?

- c) Tasques de comprovar la realització de repartiment. Els alumnes resolen sis tasques (15 a 20) que tenen l'objectiu de comprovar si determinats repartiments estan ben realitzats. Amb aquest tipus de tasques pretenem que els alumnes aprofundeixin en el significat del repartiment igualitari. Mostrem la fitxa de treball de la tasca 20:

Explica si el següent repartiment està ben fet:

Es reparteixen 65 cubs en parts iguals entre 4 persones. Cada persona rep 15 cubs i en queden 5.

Dibuja los cubos que hoy antes de hacer el reparto:



Dibuja los cubos que hoy después de hacer el reparto: $45 \div 2 = 22$



RESPUESTA: El reparto está Mal hecho, porque el mismo resultado tiene un número porque de número como y como es mayor que cuatro

Segona etapa: Ensenyament de l'algorisme de la divisió

En aquest moment de l'ensenyament, els alumnes estan preparats per a representar amb símbols les accions de repartiment després de què els alumnes realitzin físicament, amb materials, aquestes accions.

Els alumnes disposen de material manipulatiu per a establir connexions entre les accions físiques del repartiment i les representacions simbòliques de l'algorisme. A les primeres tasques (21 a 25) usem policubs i de la tasca 26 a la 29, 'bitllets de base estrictament decimal'. El material consisteix en jocs de bitllets de cartolina que ha dissenyat i elaborat l'autor de l'article. Cada joc de bitllets conté 99 bitllets d'1 lleó, 99 bitllets de 10 lleons i 9 bitllets de 100 lleons. Els valors dels bitllets es distingeixen per les representacions simbòliques i pels atributs de tamany i color. La unitat monetària és 'el lleó' perquè el material s'elabora en un moment de transició de la pesseta a l'euro. A més, aquest animal té connotacions específiques per als alumnes del centre. El centre està a prop de l'anomenat Pont de Pedra, el més antic de Saragossa, flanquejat per quatre escultures de lleons.

Cada alumne disposa d'un joc de bitllets. Aquest material té l'avantatge de ser més manejable i menys voluminós que els policubs, tot

i que no permet la percepció sensorial de les conversions decimals. El disseny d'un bitllet de 10 'lleons' és així:



L'algorisme de la divisió es basa en la tècnica de repartiment que faria un 'bon repartidor', que minimitzaria el nombre de fases. Es descomposa el dividend en funció dels ordres d'unitats del sistema de numeració, es reparteixen inicialment les unitats de major ordre, es converteixen les unitats restants a les de l'ordre immediat inferior, es realitza una segona fase del repartiment, i així successivament.

D'acord amb la metodologia d'aula assumida, els alumnes reben l'encàrrec de resoldre, amb ajuda de material manipulatiu i representacions gràfiques, la tasca 21:

Tens 25 cubos i els reparteixes en parts iguals entre 2 persones. Quants cubos dones a cada persona?

Després el professor institucionalitza el procés de simbolització del repartiment de manera que, des de la pissarra, estableix les pautes sintàctiques i semàntiques de l'algorisme de la divisió. Mentre escriu la representació simbòlica de l'algorisme, recorda als alumnes els passos a realitzar:

Pas 1: Separar els objectes a repartir (dividend) en desenes i unitats

Pas 2: Repartir les desenes: Quantes desenes puc donar a cada persona?

Pas 3: Convertir les desenes restants en unitats

Pas 4: Repartir les unitats: Quantes unitats puc donar a cada persona?

Pas 5: Dir el que rep cada persona (quocient) i les unitats sense repartir (residu)

Les tasques 22, 23 i 24 tenen una estructura similar i serveixen per a exercitar, amb ajudes, la representació simbòlica de l'algorisme de la divisió. La fitxa de treball de la tasca 24 és:

Tens 50 cubs i els reparteixes en parts iguals entre 4 persones.

Quants cubs dónes a cadascú?

A partir d'ara per a repartir de forma més ràpida farem el següent:

- 1º Descomposar el dividend en desenes i unitats.
- 2º Repartir les desenes i, després,
- 3º Repartir les unitats



RESPOSTA: Quocient _____
Residu _____

Comprova que la divisió està ben feta:

Per tal d'indicar als alumnes el lloc adequat de col·locació de les xifres i recordar els passos a realitzar es recomana lliurar el següent full de guia:

3º Separa el dividend en desenes i unitats

1º He donat 1 desena a 4 persones, $1 \times 4 = 4$. Quedo 1 desena per a repartir que són 10 unitats. Anem a repartir 10 unitats

2º Si reparteixo 5 desenes entre 4 persones donaré 1 desena a cadascú

4º Si reparteixo 10 unitats entre 4 persones donaré 2 unitats a cadascú

5º Cada persona rep 12 unitats i queden 2 unitats que no es poden repartir (residu)

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 4 \\ \hline 10 \\ - 8 \\ \hline 2 \end{array}$$

A la tasca 25 els alumnes realitzen vuit divisions que corresponen a repartiments que s'havien realitzat, amb material manipulatiu, a les sessions precedents. Els alumnes poden utilitzar, si ho desitgen, policubs per a realitzar el repartiment o jocs de 'bitllets de base estrictament decimal'. En aquest darrer cas s'hauran de modificar els enunciats de la tasca canviant 'cubs' per 'lleons':

Tens 36 cubs i els reparteixes en parts iguals entre 3 persones. Quants cubs dónes a cada persona?

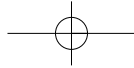
Tens 72 cubs i els reparteixes en parts iguals entre 6 persones. Quants cubs dónes a cada persona?

Tens 35 cubs i els reparteixes en parts iguals entre 2 persones. Quants cubs dónes a cada persona?

Tens 70 cubs i els reparteixes en parts iguals entre 4 persones. Quants cubs dónes a cada persona?

Tens 40 cubs i els reparteixes en parts iguals entre 3 persones. Quants cubs dónes a cada persona?

Tens 80 cubs i els reparteixes en parts iguals entre 6 persones. Quants cubs dónes a cada persona?



Tens 85 cubs i els reparteixes en parts iguals entre 4 persones. Quants cubs dónes a cada persona?

Tens 85 cubs i els reparteixes en parts iguals entre 8 persones. Quants cubs dónes a cada persona?

A la tasca 26 es proposen repartiments que tenen la particularitat que a la primera fase no poden rebre cap desena. S'espera que els alumnes sàpiguen modificar la pauta d'actuació i col·loquin el símbol 0 en el quocient per tal d'indicar l'absència de desenes a la primera fase del repartiment:

Tens 15 lleons i els reparteixes en parts iguals entre 2 persones. Quants lleons dónes a cada persona?

Tens 40 lleons i els reparteixes en parts iguals entre 5 persones. Quants lleons dónes a cada persona?

Tens 50 lleons i els reparteixes en parts iguals entre 6 persones. Quants lleons dónes a cada persona?

Tens 75 lleons i els reparteixes en parts iguals entre 7 persones. Quants lleons dónes a cada persona?

A les tasques 27 i 28, els alumnes han de generalitzar la tècnica de repartiment quan el dividend sigui un nombre de tres xifres. Mostrem els enunciats de la tasca 28:

Tens 500 lleons i els reparteixes en parts iguals entre 3 persones. Quants lleons dónes a cada persona?

Tens 500 lleons i els reparteixes en parts iguals entre 6 persones. Quants lleons dónes a cada persona?

Tens 750 lleons i els reparteixes en parts iguals entre 2 persones. Quants lleons dónes a cada persona?

Tens 750 lleons i els reparteixes en parts iguals entre 4 persones. Quants lleons dónes a cada persona?

Tercera etapa: Ensenyament de nous significats de la divisió de naturals i reforçament de l'algorisme

En una tercera etapa, ampliem el camp semàntic de la divisió de naturals. Es tracta de què els alumnes no vinculin exclusivament el significat de repartiment amb la divisió donat que existeixen d'altres contextos en què l'operació és pertinent. De la tasca 29 a la 34, pretenem aconseguir els següents objectius:

- Reforçar l'algorisme de la divisió de naturals quan el dividend és un nombre menor que 1000 i el divisor és un nombre menor que 10.
- Aprofundir en el significat de divisió com a repartiment igualitari ampliant els contextos d'actuació amb d'altres quantitats de magnituds diferents dels policubs i del valor monetari amb unitat bàsica el 'lleó'.
- Ampliar el camp semàntic de la divisió amb d'altres significats diferents del repartiment.

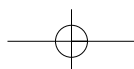
La classificació de problemes aritmètics i l'estudi dels nivells de dificultat ha estat objecte de nombroses investigacions. En aquesta proposta didàctica usem les categories descrites a Maza (1991, pp. 33-40) i proposem la resolució de problemes de divisió dels tipus raó-repartiment, raó-mesura i divisió-comparació, deixant per a cursos posteriors la resolució de problemes del tipus combinació i conversió. Aquests darrers problemes presenten un major grau de dificultat perquè la seva resolució requereix l'aplicació d'estratègies multiplicatives. A tall d'exemple mostrem els problemes proposats a la tasca 30:

Vols repartir en parts iguals 112 llamina-dures en 8 bosses. Quantes llamina-dures posaràs a cada bossa?

Tres amics compren un paquet de folis de 500 fulls i el reparteixen a parts iguals. Quants folis rebrà cada amic?

Imagina que has de posar 864 ous en capses que contenen 6 ous cadascuna. Quantes capses necessites?

L'edat de la Laura és la cinquena part de l'edat de la seva àvia. L'àvia de la Laura té 85 anys. Quants anys té la Laura?



Si analitzem els enuncis dels problemes proposats en aquesta tasca, s'observa que els dos primers són del tipus divisió raó-repartiment, el tercer és del tipus divisió-mesura i el quart és del tipus divisió-comparació.

Reflexions posteriors a l'experiència d'aula

L'anàlisi de les informacions donades pels alumnes durant la resolució de les tasques i de les observacions recollides pels dos professors d'aula ha possibilitat la reflexió sobre:

L'ensenyament del concepte de repartiment igualitari

1. L'acció física de repartiment, amb materials manipulatius, ha de ser objecte d'ensenyament. Amb les primeres tasques hem detectat que alguns alumnes no saben fer repartiments igualitaris amb objectes tangibles. No hem de suposar, per tant, que els alumnes coneixen la tècnica del repartiment.
2. Els alumnes aprenen amb rapidesa la tècnica de repartiment per fases amb objectes tangibles. Inicialment realitzen els repartiments agrupant, per assaig i error, objectes per separat. Quan els professors suggereixen realitzar el repartiment per fases, començant per les unitats de major ordre (desenes), perceben aquesta tècnica com més econòmica i l'apliquen a repartiments posteriors. Després d'haver dedicat tres sessions a realitzar repartiments, comprovem que tots els alumnes saben realitzar repartiments igualitaris de quantitats menors que cent quan el nombre de persones és menor que deu.
3. Constatarem la potencialitat de l'ús de representacions gràfiques perquè els alumnes repensin les accions físiques realitzades en el repartiment i perquè l'ús d'imatges diferenciades per a la desena (el rectangle) i per a la unitat (el quadrat) incideix en la comprensió del sistema de numeració decimal, que és el fonament de l'algorisme de la divisió. A més, l'ús de representacions gràfiques ajuda als alumnes a comprendre la idea de repartiment perquè el disseny de les tasques incideix en la seqüència temporal de la realització del repartiment: la quantitat que hi ha abans de repartir i la que hi ha després.

4. Els alumnes saben trobar les condicions inicials d'un repartiment, és a dir, si coneixen el resultat d'un repartiment saben reconstruir la quantitat inicial que s'havia de repartir. Els alumnes vinculen la multiplicació amb l'acció de recerca de les condicions inicials d'un repartiment perquè controlen que la quantitat total a repartir (dividend) es componi del producte del nombre de persones (divisor) pel que rep cada persona (quocient), afegint la quantitat restant (residu).

5. Els alumnes tenen dificultats per comprovar la bondat de determinats repartiments dels quals coneixen el resultat i les condicions inicials. Per a comprovar que un repartiment igualitari està ben fet, s'ha de verificar que:
 - a) la quantitat a repartir coincideix amb la suma del que reben totes les persones i de la quantitat restant.
 - b) la quantitat restant és menor que el nombre de persones per tal de garantir que el repartiment s'ha completat íntegrament.

Els alumnes saben comprovar la primera condició però tenen dificultats per verificar la segona condició: el repartiment ha d'esgotar-se fins que la quantitat restant sigui menor que el nombre de persones.

La dificultat rau en què, si en el primer cas s'usen dues operacions aritmètiques, per a verificar la segona condició no s'usa cap regla del tipus: 'en un repartiment la quantitat restant ha de ser menor que el nombre de persones'. La majoria d'alumnes no conjecturen aquesta regla i per a verificar la bondat del repartiment estudien si poden seguir repartint més quantitat. La decisió de no ensenyar regles fins que els alumnes siguin capaços de conjecturar-les és coherent amb la metodologia de la proposta d'ensenyament. Per tal de superar aquestes dificultats hem incorporat dues tasques que, inicialment, no estaven previstes a la proposta didàctica.

L'ensenyament de l'algorisme escrit de la divisió

6. A la sessió vuitena es tracta l'ensenyament de la representació simbòlica de l'algorisme de la divisió. Malgrat que la representació

simbòlica és complexa, els alumnes aprenen a usar amb rapidesa l'algorisme de la divisió.

Els alumnes, abans de representar amb símbols l'algorisme realitzen el repartiment amb policubs i, després, segueixen les pautes que els suggereix la professora i que apareixen escrites al full d'ajuda. Inicialment, els alumnes es mostren insegurs i cometen errors però a partir de la novena sessió la meitat dels alumnes no necessiten usar policubs i saben realitzar les divisions amb només recordar les accions de repartiment.

7. Inicialment observem en el grup diferències importants en l'ús de l'algorisme de la divisió. En aquestes condicions optem per modificar la metodologia d'aula, de manera que els alumnes que van resolent correctament les tasques passen a resoldre la següent i els que tenen dificultats reben l'ajuda individualitzada de la professora i de l'autor, que també és a l'aula.

Durant la resolució de les tasques centrades en la representació simbòlica de l'algorisme (25 a 28) detectem tres nivells de comprensió. Vuit alumnes entren menys de tres sessions per a resoldre correctament les quatre tasques, set alumnes saben realitzar divisions però necessiten rebre ajuts ocasionals dels professors, i cinc alumnes necessiten ajut continuat. Aquests darrers alumnes no vinculen les accions físiques amb les accions simbòliques i mostren deficiències formatives: no han memoritzat les taules de multiplicar i tenen una escassa comprensió del sistema de numeració decimal.

8. Els alumnes de nivell de comprensió alt i mitjà són capaços de modificar, amb èxit, la tècnica de la divisió quan la situació ho requereix. Aquests resultats indiquen que els alumnes comprenen el fonament de l'algorisme de la divisió i fan pensar que la proposta didàctica està ben fonamentada i és adequada per a l'assoliment dels objectius.

Per exemple, els alumnes han sabut gestionar la resolució de la tasca 26 en la que s'exigeix una modificació de la tècnica de repartiment perquè a la primera fase no es pot

repartir cap desena. Molts alumnes escriuen el símbol zero en el quocient per tal d'indicar la impossibilitat de repartir desenes. Mostrem la resposta donada per un alumne de nivell de comprensió baix:

Tienes 15 leones y los repartes, en partes iguales, entre 2 personas. ¿Cuántos leones das a cada persona?

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 2} \\ -0 \\ \hline 15 \\ -14 \\ \hline 1 \\ 0 \end{array}$$

Cociente 7 Resto 1

Comprobación: $2 \times 7 = 14$ $14 + 1 = 15$

També hem vist que els alumnes són capaços de modificar convenientment, sense ensenyament previ, la tècnica de l'algorisme quan el dividend és un nombre de tres xifres, és a dir, quan el repartiment es realitza en tres fases. Mostrem el càlcul fet per un alumne de nivell de comprensió mitjà en un exercici de la tasca 28:

Tienes 300 leones y los repartes, en partes iguales, entre 3 personas. ¿Cuántos leones das a cada persona?

$$\begin{array}{r} 300 \overline{) 13} \\ -9 \\ \hline 30 \\ -18 \\ \hline 120 \\ -18 \\ \hline 120 \\ -120 \\ \hline 0 \end{array}$$

Cociente 100 Resto 0

Comprobación: $100 \times 3 = 300$
 $300 \div 3 = 100$

L'ensenyament de nous significats de la divisió i el reforçament de l'algorisme escrit de la divisió

9. Les darreres cinc sessions de l'experimentació d'aula es dediquen a la resolució de problemes on s'incorporen nous significats de la divisió i es reforça el procediment de càlcul. Amb les dades de què disposem no podem dir res sobre la capacitat dels alumnes per identificar problemes de divisió que no

siguin del tipus repartiment ja que tots els problemes proposats es resolen amb la mateixa operació: la divisió de naturals. A la fase de planificació de la proposta es va tractar aquest tema i es va pensar ampliar la tipologia de situacions problemàtiques a les d'estructura multiplicativa. Finalment, es va preferir no allargar el període de la fase d'experimentació donat que l'ensenyament d'altres significats de la divisió no constitueix el nucli central de la proposta didàctica. En aquest curs s'ha optat per presentar dos nous significats de la divisió, a més del de repartiment, l'estudi del qual, juntament amb el de nous significats, es tractarà a cursos posteriors.

Mostrem, tot seguit, la resposta d'una alumna que identifica la divisió en un problema de raó-mesura i que opera bé però contextualitza malament la resposta perquè creu que la situació problemàtica és de repartiment:

Imagina que tienes que empaquetar 864 huevos en cajas que contienen 6 huevos cada una. ¿Cuántas cajas necesitas?

$$\begin{array}{r} 864 \overline{) 16} \\ - 6 \\ \hline 26 \\ - 24 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 00 \end{array}$$

SOLUCIÓN 164 huevos en cada caja
 Comprobación:
 $164 \times 6 = 864$

10. A la tercera fase de la seqüència d'ensenyament s'ha mantingut la metodologia de la fase anterior. Molts alumnes han realitzat

amb èxit les tasques proposades i encara han tingut temps per a fer exercicis del llibre de text, mentre els professors han ajudat als alumnes amb més dificultats. Aquesta metodologia ha possibilitat el progrés dels alumnes de menor nivell de comprensió.

El balanç final és que tots els alumnes usen, amb facilitat, l'algorisme de la divisió i només tres alumnes han continuat sol·licitant l'ajut dels professors degut a la poca capacitat de concentració i no tant a dificultats de comprensió del significat del repartiment realitzat per fases.

La proposta didàctica en general

11. La proposta didàctica és viable perquè s'ha implementat en el plaç temporal previst, i perquè permet assolir l'objectiu proposat: tots els alumnes del grup, llevat de tres, identifiquen l'operació divisió en situacions de repartiment i saben aplicar l'algorisme de la divisió quan el dividend és un nombre de tres xifres i el divisor és d'una xifra.

Bibliografia

ESCOLANO, R. (2002). Enseñanza del número racional positivo en Educación Primaria: un estudio desde el modelo cociente, en *Actas X Jornadas para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. Zaragoza.

GAIRIN, J. M. (1998). Números racionales positivos: reflexiones sobre la instrucción. *Aula. Revista de enseñanza e investigación educativa*, v. 10. Salamanca.

MAZA, C. (1991). *Enseñanza de la multiplicación y división. Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Editorial Síntesis. Madrid.